

**TAMPEREEN YLIOPISTO**

Tampereen yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden  
matemaattisen osaamisen lähtötaso ja matematiikkakuva

Tampereen yliopisto  
Kasvatustieteiden yksikkö  
Luokanopettajankoulutus  
Pro gradu -tutkielma  
Virva Törmälä  
Syksy 2013



## TAMPEREEN YLIOPISTO

Kasvatustieteiden yksikkö, luokanopettajakoulutus

TÖRMÄLÄ, VIRVA: Tampereen yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden matemaattisen osaamisen lähtötaso ja matematiikkakuva

Pro gradu –tutkielma, 56 sivua, 17 liitesivua

Lokakuu 2013

---

### TIIVISTELMÄ

Tutkimuksessa tarkastellaan luokanopettajaopiskelijoiden peruskoulumatematiikan taitoja ja matematiikkakuvaa opintojen alkuvaiheessa. Tavoitteena oli tutkia Tampereen yliopiston vuosikurssien 2011 ja 2012 luokanopettajaopiskelijoiden peruskoulumatematiikan taitoja proseduraalisen sujuvuuden osalta sekä opiskelijoiden matematiikkakuvaa ennen varsinaisten matematiikan kurssien alkamista.

Tutkimus on kaksiosainen ja kvantitatiivinen. Analyysissä käytettiin mm. frekvenssejä, keskiarvoja, ristiintaulukointia ja pääkomponenttianalyysiä summamuuttujien rakentamiseen. Koulumatematiikan taitoja koskevassa osassa tarkastellaan opiskelijoiden tekemän sähköisen taitotestin tuloksia. Matematiikkakuvaa koskeva tutkimus on puolestaan tyypiltään kuvaileva ja vertaileva survey-kartoitus, jossa tutkimusaineisto kerättiin sähköisellä kyselylomakkeella. Tavoitteena oli myös vuosikurssin 2012 osalta taitotestin tulosten ja opiskelijoiden matematiikkakuvan vertaileminen. Tutkimusjoukko muodostui 113 luokanopettajaopiskelijasta, joista 22 oli miehiä ja 91 naisia.

Opiskelijoiden koulumatematiikan taitoja mitattiin Mikrolinna OY:n Netti-Moppi –oppimisympäristössä. Matematiikan perustaitoja mittaavan testistön ovat kehittäneet Leppäaho, Joutsenlahti, Laine & Tuominen (2012) omaa tutkimustaan varten yhteistyössä Mikrolinna OY:n kanssa. Vaatimustaso kattaa peruskoulun matematiikan oppimäärän yhdeksänteen luokkaan asti. Matematiikan uskomuskysely suoritettiin elektronisen lomakkeen avulla, jossa käytettiin osaa Joutsenlahden (2005) valmiista Likert-asteikollisesta väitejoukosta (34 väittämää).

Tutkimukseen osallistuneista 50 on kirjoittanut pitkän matematiikan kokeen, 55 lyhyen matematiikan kokeen ja 8 ei ole kirjoittanut matematiikkaa lainkaan osana ylioppilaskoetta. Suhteellisesti suurempi osa naisista kuin miehistä on kirjoittanut pitkän matematiikan kokeen.

Tutkimuksen tulosten perusteella tutkimusjoukon opiskelijoiden usko omiin matematiikan taitoihin on vahvempaa kuin aikaisemmissa tutkimuksissa. Tutkimusjoukon naisilla on heikompi usko omiin matemaattisiin taitoihinsa kuin miehillä. Tämä on tulos, joka on saatu myös aiemmissa matematiikkakuvaa mittaavissa tutkimuksissa. Pitkän matematiikan kirjoittaneiden osuus tutkimusjoukossa on suuri, yli 40 prosenttia. Tutkimusjoukko on heterogeeninen matematiikan taitojen suhteen. Sama tulos on saatu myös aikaisemmissa tutkimuksissa. Positiivisen matematiikkakuvan ja matematiikan tehtävistä suoriutumisen välinen korrelaatio tässä tutkimuksessa vahvistaa aikaisempien tutkimusten tuloksia, joissa on ollut nähtävissä sama ilmiö.

Vaikka matematiikan yo-todistuksen arvosana vaikuttaa Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutuksen valintapistemääriin, se ei tarkoita, että kaikilla sisään päässeillä matematiikka olisi vahvalla pohjalla. Joka viides vuosikurssin 2011 opiskelija ja joka kymmenes vuosikurssin 2012 opiskelija ilmoitti, että matematiikan kanssa oli ollut koulussa vaikeuksia. Seuraava vaihe olisi laajentaa tutkimusta suurentamalla tutkittavaa joukkoa esimerkiksi teettämällä uskomuskysely myös muissa luokanopettajakoulutuksen yksiköissä ja ottamalla mukaan mukautuvan päättelyn taitoja mittaavaa testistöä (vrt. esim. Kaasila, Pehkonen & Hellinen 2009).

Asiasanat: Luokanopettajaopiskelija, matemaattinen osaaminen, matematiikkakuva, matematiikkauskomus, proseduraalinen sujuvuus



# SISÄLLYS

<b>1. JOHDANTO.....</b>	<b>7</b>
<b>2. KATSAUS AIKAISEMPIIN TUTKIMUKSIIN .....</b>	<b>10</b>
2.1 LUOKANOPETTAJAOPISKELIJOIDEN MATEMAATTINEN OSAAMINEN .....	10
2.2 LUOKANOPETTAJAOPISKELIJOIDEN MATEMATIIKKAKUVA .....	13
<b>3. TEOREETTINEN VIITEKEHYS.....</b>	<b>16</b>
3.1 MATEMAATTINEN OSAAMINEN .....	16
3.2 MATEMATIIKKAKUVA .....	18
3.2.1 <i>Matematiikkakuvan osa-alueet</i> .....	19
3.2.2 <i>Matematiikkakuvan uskomuskomponentit</i> .....	20
<b>4. TUTKIMUSKYSYMYKSET .....</b>	<b>23</b>
<b>5. TUTKIMUKSEN TOTEUTUS.....</b>	<b>24</b>
5.1 TUTKIMUSJOUKKO .....	24
5.2 MITTARIT JA LUOTETTAVUUDEN TARKASTELUA.....	25
5.2.1 <i>Tutkimuksen mittarit eli testivälineet</i> .....	25
5.2.2 <i>Mittauksen validiteetti ja reliabiliteetti</i> .....	26
5.3 AINEISTON KUVAILUA TAUSTAMUUTTUIJEN AVULLA .....	27
5.3.1 <i>Jakaumat sukupuolen ja yo-kirjoitusvuoden mukaan</i> .....	28
5.3.2 <i>Lukion päättötodistuksen ja ylioppilaskokeen arvosana matematiikassa</i> .....	29
5.4 MATEMATIIKAN TAITOTESTIN TULOKSET .....	31
5.4.1 <i>Tulokset osa-alueittain ja testissä onnistuminen prosentein kuvattuna</i> .....	32
5.4.2 <i>Opiskelijoiden kommentteja taitotestiin liittyen</i> .....	34
5.5 MATEMATIIKAN USKOMUSKYSELYN TULOKSET .....	34
5.5.1 <i>Pääkomponenttianalyysi uskomuskyselymatriisille</i> .....	35
5.5.2 <i>Summamuuttujien laskeminen pääkomponenttien perusteella</i> .....	39
5.5.3 <i>Vastausten keskiarvot ja vastaajien luokittelu</i> .....	40
5.6 TAITOTESTIN TULOSTEN JA OMIIN MATEMAATTISIIN TAITOIHIN USKOMISEN (F2) TULOSTEN YHDISTÄMINEN VUOSIKURSSIN 2012 OSALTA .....	44
<b>6. POHDINTAA.....</b>	<b>47</b>
<b>LÄHTEET.....</b>	<b>52</b>
<b>LIITTEET.....</b>	<b>58</b>



# 1. JOHDANTO

Aamulehti uutisoi 30. huhtikuuta 2013 siitä, miten joka kuudes teekkari joutuu heti opintojen alussa matematiikan kertauskurssille, koska matematiikan taidot ovat riittämättömät. Lukiolaisten ja peruskoululaisten matematiikkataitojen rapautuminen huolestuttaa Opetushallituksessa. Syitä etsitään esimerkiksi lisääntyneestä teknologian käytöstä, kun ajattelu- ja päättelytyön tekee kone eikä oppilas tai opiskelija. Mikä on tilanne luokanopettajakoulutettavien keskuudessa? Mitkä ovat kyseisen opiskelijaryhmän matemaattiset valmiudet opintojen alussa? Luokanopettajat opettavat peruskoulun matematiikasta yli kaksi kolmasosaa eli luokanopettajan rooli matematiikan perusteiden opettamisessa on merkittävä (Leppäaho, Joutsenlahti, Laine & Tuominen 2012, 105). Vuonna 2000 Turun yliopistossa aloittaneista luokanopettajaopiskelijoista peräti 20 prosenttia menestyi heikosti matematiikkataitoja mittaavissa tehtävissä (Merenluoto, Nurmi & Pehkonen 2003). Aikaisempien tutkimusten mukaan opettajan matematiikkauskomuksilla on kytkeä opettamiseen. Hyvä matematiikan opettaja ei siis hallitse vain matematiikkaa vaan hänellä on myös opetusta tukeva matematiikkakuva, jota hän pystyy tuomaan esille osana opetustaan. Pahimmillaan opettaja siirtää omia negatiivisia uskomuksiaan eteenpäin opetuksessaan. Aikaisemmat tutkimukset ovat osoittaneet, että opintojen alussa vain noin puolet luokanopettajaopiskelijoista on ollut kiinnostunut matematiikan opiskelusta (Pietilä (nyk. Laine) 2002, 28-31) ja että alle puolella (43 prosentilla) opiskelijoista on ollut opintojen alussa positiivinen matematiikkakuva (Hannula, Kaasila, Laine & Pehkonen 2005, 93-95). Kun luokanopettajaopiskelijat saavat hyvää opetusta niin substanssiosaamisen kuin asenteiden osalta, voidaan saada muutoksia aikaan opiskelijoiden negatiivisten uskomusten osalta omaa tulevaa opetusta tukeviksi taidoiksi ja uskomuksiksi. (kts. esim. Kupari 1999, 74-75; Pehkonen 1998, 62)

Tässä tutkimuksessa on kvantitatiivisia tutkimusmenetelmiä hyödyntäen kuvattu ja analysoitu syksyllä 2011 ja syksyllä 2012 opintonsa aloittaneiden Tampereen yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden peruskoulumatematiikan taitojen lähtötasoa erityisesti proseduraalisen sujuvuuden näkökulmasta sekä matematiikkaan liittyviä uskomuksia matematiikan opiskelusta ja opettamisesta, matematiikan luonteesta ja merkityksestä sekä itsestä matematiikan osaajana. Aineisto on kerätty opiskelijoilta luokanopettajaopintojen alussa. Puhumme niin sanotusta

opiskelijan matematiikkakuvasta, jota on aikaisemmin Suomessa tutkinut mm. Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen (2007), Joutsenlahti (2005), Hannula (2004), Merenluoto, Nurmi & Pehkonen (2003) ja Pietilä (nyk. Laine) (2002). Tutkimuksella on siis haluttu kartoittaa opiskelijoiden peruskoulumatematiikan taitoja ja matematiikkakuvaa ennen varsinaisten matematiikan kurssien alkamista.

Tässä pro gradu –tutkimuksessa olen käyttänyt Mikrolinna OY:n Netti-Moppi –oppimisympäristössä toimivaa matematiikan perustaitoja mittaavaa testistöä, jonka ovat kehittäneet Leppäaho, Joutsenlahti, Laine & Tuominen (2012) omaa tutkimustaan varten yhteistyössä Mikrolinna OY:n kanssa. Lisäksi olen käyttänyt Joutsenlahden (2005) väitöskirjatutkimuksen väittämiä matematiikkakuvan kyselylomakkeessa. Joutsenlahden väittämät taas ovat peräisin suurelta osin aikaisemmasta IEA-tutkimuksesta (International Association for the Evaluation of Educational Achievement, kts. luku 2.2). Joutsenlahti tutki omassa tutkimuksessaan lukiolaisten matematiikkakuvaa.

Matematiikkauskomukset ja matematiikkakuva ovat olleet myös kansainvälisesti kiinnostava tutkimuskohde, jo vuosikymmenien ajan. Wong & Chen (2012, 793) ovat keränneet kansainvälisesti kattavan listan tutkijoista, jotka ovat joko kehittäneet matematiikkauskomusten ja matematiikka-asenteiden tutkimukseen mittareita, uudelleenkäyttäneet valmiita mittareita tutkimuksissaan tai kirjoittaneet kattavia tutkimusartikkeleita kyseiseltä tutkimusalueelta (kts. tarkemmin luku 2.2).

Tutkimuksen alussa olen kuvannut frekvenssien ja ristiintaulukoinnin avulla tutkimusjoukon taustamuuttujia ja pyrkinyt antamaan lukijalle kuvan vuonna 2011 ja 2012 aloittaneiden luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan arvosanoista lukion päättötodistuksessa sekä menestymisestä matematiikan ylioppilaskokeessa. Tämän lisäksi olen kuvannut, minä vuonna uudet opiskelijat ovat kirjoittaneet ylioppilaaksi ja onko matematiikan osalta kirjoitettu pitkä vai lyhyt oppimäärä ja kuinka moni on jättänyt matematiikan kokonaan ylioppilastutkinnon ulkopuolelle. Tarkoituksena on ollut kuvata taustamuuttujien avulla, millaisista lähtökohdista Tampereen yliopiston vuoden 2011 ja 2012 uudet luokanopettajaopiskelijat peruskoulussa opettettavien monialaisten opintojen matematiikan kurssit aloittivat.

Itse kvantitatiivinen tutkimus on kaksiosainen ja siinä analysoidaan sekä luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan taitoja että heidän matematiikkaan liittyviä asenteitaan ja uskomuksiaan. Matematiikan taitotestin tuloksissa olen keskittynyt ennen kaikkea opiskelijoiden ”koko testistä oikein” –prosenttilukuihin. Uskomuskyselymatriisille olen tehnyt pääkomponenttianalyysin ja tämän pohjalta rakentanut ja testannut summamuuttujat. Olen tutkinut opiskelijoiden matematiikkakuvaa summamuuttujien avulla ja analysoinut erikseen miesten,



naisten, pitkän matematiikan kirjoittaneiden, lyhyen matematiikan kirjoittaneiden ja matematiikan kirjoittamatta jättäneiden opiskelijoiden matematiikkakuvaa. Lopuksi olen yhdistänyt vuosikurssin 2012 taitotestitulokset ja matematiikkakuvatulokset samaan taulukkoon niin, että yksittäisen opiskelijan taitotestitulokset, matematiikkakuva ja taustamuuttujista sukupuoli ja matematiikan kurssin laajuus näkyvät samassa taulukossa.

Seuraava vaihe olisi laajentaa tutkimusta suurentamalla tutkittavaa joukkoa esim. teettämällä uskomuskysely myös muissa luokanopettajakoulutuksen yksiköissä ja ottamalla taitotestiin mukaan mukautuvan päättelyn taitoja mittaavaa testistöä (vrt. esim. Kaasila, Pehkonen & Hellinen 2009). Toivotan lukijalle antoisia lukuhetkiä matkalla matemaattisen osaamisen ja matematiikkakuvan maailmaan.

## 2.KATSAUS AIKAISEMPIIN TUTKIMUKSIIN

### *2.1 Luokanopettajaopiskelijoiden matemaattinen osaaminen*

Suomen Akatemian rahoittaman Luokanopettajan matematiikka –projektin tuloksia esittelevät mm. Merenluoto, Nurmi & Pehkonen (2003), Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen (2007) ja Kaasila, Pehkonen & Hellinen (2009). Projekti toteutettiin vuosina 2003-2006 Helsingin, Lapin ja Turun yliopistossa. Tutkimusprojektissa kartoitettiin opettajankoulutuslaitosten opiskelijoiden lähtötasoa matematiikan osaamisessa ja matematiikkauskomuksissa. Tämän lisäksi mitattiin mm. matematiikan metodikurssin opetusmenetelmien vaikuttavuutta opiskelijoiden matematiikkakuvaan ja matematiikan osaamiseen (Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen 2007, 349).

Merenluodon ym. (2003) tutkimuksen kohdejoukkona olivat vuonna 2000 Turun yliopiston opettajankoulutuslaitokseen opiskelemaan hyväksytyt henkilöt (N=82). Samasta tutkimuksesta löytyy myös toinen julkaisu: Merenluoto & Pehkonen (2004). Kyseiset vuonna 2000 Turun yliopistoon hyväksytyt opiskelijat olivat ensimmäiset, joiden valintakokeeseen oli sisällytetty matemaattis-luonnontieteellisen ajattelun osio. Tutkimuksen aineistoina käytettiin valintakokeen tehtäviä, opintojen alussa toteutetun matematiikan näyttökokeen tehtäviä sekä koulukokemuksia kartoittavan uskomuskyselyn tehtäviä. Klusterianalyysillä tutkimusjoukosta haettiin mahdollisimman paljon toisistaan eroavat profiilit, joita löytyi yhteensä neljä: heikot, huolettomat, mekaaniset ja taitavat opiskelijat. Luokanopettajakoulutukseen valikoituneet opiskelijat muodostivat heterogeenisen ryhmän matemaattisten taitojen osalta. Merkillepantavaa oli, että heikkojen osuus oli peräti 20 prosenttia tutkimukseen osallistuneista. Erityisesti ongelmia oli murto- ja desimaalilukutehtävissä, varsinkin heikoilla ja huolettomilla opiskelijoilla. (Merenluoto ym. 2003, 50-59; Merenluoto & Pehkonen 2004, 414-434)

Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen (2007) keskittyvät artikkelissaan neljän luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvan muuttumiseen matematiikan metodikurssin aikana ja analysoivat näiden neljän luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvan kehittymistä narratiivisen analyysin keinoin. Nämä neljä opiskelijaa on valikoitu suuremmasta joukosta

tutkimusprosessin aikana. Tutkimuksen alkuasetelmassa tutkittiin Turun, Helsingin ja Lapin yliopiston 269 luokanopettajaopiskelijan matematiikkakuvaa ja matemaattisia valmiuksia opintojen alkuvaiheessa syksyllä 2003. Koko tutkimusjoukosta valittiin haastateltaviksi 21 opiskelijaa, niin että mukana oli negatiivisen, neutraalin ja positiivisen matematiikkakuvan edustajia. Näistä Kaasila ym. (2007) keskittyvät artikkelissaan matematiikkakuvan ääripäihin sijoittuneiden opiskelijoiden matematiikkakuvaan ja matematiikan lähtötaso- sekä lopputestiin. Artikkelissa painottuu neljän opiskelijan matematiikkakuvan ja matemaattisten omaelämäkertojen tutkiminen. Kunkin opiskelijan kohdalla mainitaan myös matematiikan lähtötasotestin ja lopputestin välinen ero, jos sellainen on ollut nähtävissä matematiikan metodikurssin jälkeen. Kahden opiskelijan kohdalla, joiden lähtötasotesti onnistui hyvin, ei matematiikan osaamisessa ole testien perusteella taidollista muutosta. Kahden heikommin lähtötasotestissä menestyneen opiskelijan osalta toisen taidot kehittyivät lähtötestistä lopputestiin ja toisen pysyivät samantasoisina. Matematiikkakuvassa tapahtuneet muutokset ovat myös olennainen osa kyseistä tutkimusta ja sen tuloksia. (Kaasila ym. 2007, 349-359)

Kaasila, Pehkonen & Hellinen (2009) tarkastelevat artikkelissaan, joka myös liittyy Luokanopettajan matematiikka –projektiin, luokanopettajaopiskelijoiden (N=269) mukautuvan päättelyn taitoja lähtötasotestissä olevan ei-standardin jakolaskutehtävän osalta. Vertailuaineistona tutkimuksessaan he ovat käyttäneet lukion toisen luokan oppilaiden (N=1434) vastauksia samaan jakolaskutehtävään liittyen. Tehtävä piti ratkaista ilman laskinta tai jakolaskualgoritmia ja vastaukseen tarvittiin reflektointia ja selityksiä sille, miten ratkaisuun päädyttiin. Ositusjaon ja sisältöjaon välisen eron ymmärtäminen sekä jakojäännöksen ymmärtäminen osoittautuivat ratkaisun kannalta oleellisiksi tiedoiksi ja taidoiksi. Jakolaskuongelman kykeni ratkaisemaan täysin oikein luokanopettajaopiskelijoista vain 20 prosenttia ja lukiolaisista 19 prosenttia. Lisäksi lähes oikean ratkaisun sai 22 prosenttia luokanopettajaopiskelijoista ja 20 prosenttia lukiolaisista. Tutkijat toteavat, että erityisesti mukautuvan päättelyn taitoihin liittyvät puutteet selittävät pitkälti ei-standardin jakolaskuongelman vaikeudet. (Kaasila ym. 2009, 87-100)

Hihnala & Leppäaho (2011) tutkivat Jyväskylän yliopistossa opintojaan aloittavien luokanopettajaopiskelijoiden sekä erityisopettaja- ja erillis-POM –opiskelijoiden perusmatematiikan taitoja (N=94). (Lyhenne POM tarkoittaa ”Perusopetuksessa opetettavien oppiaineiden ja aihekokonaisuuksien monialaisia opintoja”). Lähtökohtaisesti tutkijat näkevät, että opettajaksi opiskelevien valinnoissa kiinnitetään vain niukasti tai ei lainkaan huomiota matematiikan osaamiseen. Ongelmalliseksi tilanteen tekee se, että luokanopettajan vastuu alakoulun matematiikan opettamisesta on tuntimäärällisesti suuri, mutta opettajankoulutusyksiköissä matematiikan kurssien ja opetuksen määrä on vähäinen. Tutkimus

osoitti, että opettajaopiskelijoiden perusmatematiikan taidoissa on pahojakin puutteita. Tutkimus osoitti myös, että osallistuminen ylioppilaskirjoitusten matematiikan kokeeseen on yhteydessä perusmatematiikan hallintaan. Osassa yliopistoista koulumatematiikan suoritukset tai erillinen matematiikan koe vaikuttavat opiskelijavalintoihin, mutta esimerkiksi Jyväskylässä aiempaa koulumenestystä ei noteerata valinnoissa lainkaan. Tutkijat ehdottavat, että heidän tutkimuksessaan esitellyn testin avulla voitaisiin selvittää matematiikan osaaminen ja opiskelijoiden tarpeet matematiikan opetuksen osalta. Ongelmakohtiin voitaisiin pureutua erillisillä kertauskursseilla. (Hihnalala & Leppäaho 2011, 70-80)

Leppäaho, Joutsenlahti, Laine & Tuominen (2012) ovat jatkaneet Hihnalalan & Leppäahon (2011) tutkimusteeman parissa, mutta mukaan on otettu elektroninen matematiikan taitotesti Hihnalalan & Leppäahon (2011) perinteisen kynä ja paperi –testin tilalle. Leppäaho ym. (mt.) ovat niin ikään tutkineet luokanopettajaopiskelijoiden peruskoulumatematiikan osaamista opintojen alkuvaiheessa. Tutkimusprojektissa olivat mukana Helsingin, Jyväskylän, Tampereen ja Turun yliopistojen opettajankoulutuslaitokset. Mukana tutkimuksessa oli yhteensä 243 opiskelijaa. Tutkimusta varten Leppäaho ym. kehittivät Mikrolinna Oy:n kanssa matematiikan perustaitoja mittaavan testistön, joka toimii Mikrolinnan Netti-Moppi –oppimisympäristössä. Kyseessä on siis verkko-oppimisympäristö. Leppäaho ym. kartoittivat tutkimuksessaan niitä keinoja, joilla matematiikan opintoja osana luokanopettajakoulutusta voitaisiin tehostaa nykyisillä resursseilla. Netti-Moppi –verkkoympäristössä toimiva matematiikan testi sisälsi tehtäviä seuraavilta koulumatematiikan osa-alueilta: peruslaskutoimitukset, rationaaliluvut, verrannollisuus ja lukukäsite. Laskinta ei saanut käyttää, mutta apupaperin käyttö oli suositeltavaa. Tutkimus osoitti, että ylioppilastodistuksen huomiointi opiskelijavalinnoissa paransi menestymistä perusmatematiikan verkkotestissä. Opiskelijoiden testiin käyttämä aika vaihteli suuresti ja ratkaisuprosenttien vaihteluväli oli myös huomattava. Tutkimuksen perusteella luokanopettajaopiskelijat muodostavat heterogeenisen joukon matematiikan osaamisen suhteen. Tutkijat näkevät kehittämänsä verkkotestin laajamittaisen käytön eri yliopistojen luokanopettajaopiskelijoiden perusmatematiikan taitojen mittaamisessa järkevänä. Testin tulosten perusteella opiskelijoita ohjattaisiin harjoittelemaan omatoimisesti ongelma-alueita esimerkiksi matematiikan kertauspaketin avulla, joka toimii niin ikään Netti-Moppi –alustalla. (Leppäaho, Joutsenlahti, Laine & Tuominen 2012, 105-119)

## *2.2 Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva*

Ei ole lainkaan yhdentekevää, millaiset uskomukset ja käsitykset tulevilla luokanopettajilla on matematiikasta, matematiikan opettamisesta ja itsestään matematiikan osaajina. Matematiikkauskomuksilla on kytkeä opettamiseen, opiskeluun ja oppimiseen. Pahimmillaan omat negatiiviset kokemukset ja uskomukset siirtyvät luokanopettajien omassa matematiikan opetuksessa eteenpäin seuraaville sukupolville (Kupari 1999, 74-75). Hyvällä opetuksella voidaan edistää opettajaopiskelijoiden kasvua ja saada muutoksia aikaan kahlitsevien tai negatiivisten uskomusten osalta omaa tulevaa opetusta tukeviksi uskomuksiksi (Pehkonen 1998, 62). Huomionarvoista on myös, että luokanopettajat opettavat peruskoulun matematiikasta yli kaksi kolmasosaa eli oppilaiden matematiikkakuvan ja matemaattisen ajattelun kehittymisen kannalta luokanopettajien rooli on merkittävä (Leppäaho, Joutsenlahti, Laine & Tuominen 2012, 105).

Pietilä (nyk. Laine) (2002) on tutkinut väitöskirjassaan luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvaa. Hän on hyödyntänyt tutkimuksessaan fenomenologis-hermeneuttista lähestymistapaa ja tutkinut opiskelijoiden matematiikkakuvaa opintojen alussa sekä ensimmäisen opiskeluvuoden aikana tapahtuneita muutoksia matematiikkakuvassa. Tutkimuksessa tuodaan esiin matematiikkakokemuksia, joiden pohjalta opiskelijoiden matematiikkakuva on ennen yliopisto-opintoja rakentunut. Opiskelijoiden matematiikkakuvat tarkentuivat ja monipuolistuivat ensimmäisen opintovuoden aikana. Enemmistön käsitykset muuttuivat positiivisemmiksi. Tämä on positiivinen tulos, sillä Pietilän tutkimuksen mukaan opintojen alussa vain noin puolet opiskelijoista oli kiinnostunut matematiikasta ja sen opiskelusta. Pietilä viittaa myös esimerkiksi Kaasilan (2000, 78) tutkimukseen ja toteaa, että suurimmalla osalla koulutukseen tulevista opettajaopiskelijoista käsitys matematiikasta on hyvin instrumentaalinen eli matematiikka edustaa heille toisiinsa liittymättömiä sääntöjä ja tosiasioita, joita noudatetaan tarkasti. Kaasilan (2000, 204) aineistossa (N=60) joka viides ilmoitti pelkäävänsä matematiikan opettamista opetusharjoittelun alussa. Omilla kouluaikaisilla muistoilla näyttää Kaasilan mukaan olevan suuri merkitys opiskelijan kuvaan matematiikasta, matematiikan opetuksesta ja itsestä matematiikan osaajana. (Pietilä 2002, 28-31 & 193-195; Kaasila 2000, 204)

Suomen Akatemian rahoittaman Luokanopettajan matematiikka –projektin tuloksia esittelevät mm. Merenluoto, Nurmi & Pehkonen (2003) ja Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen (2007). Projekti toteutettiin vuosina 2003-2006 Helsingin, Lapin ja Turun yliopistossa. Tutkimusprojektissa kartoitettiin opettajankoulutuslaitoksen opiskelijoiden lähtötasoa matematiikan osaamisessa ja matematiikkauskomuksissa. Tämän lisäksi tutkimuksessa mitattiin matematiikan

metodikurssin opetusmenetelmien vaikuttavuutta opiskelijoiden matematiikkakuvaan ja matematiikan osaamiseen (Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen 2007, 349). Hannulan, Kaasilan, Laineen & Pehkosen (2005, 93-95) tutkimuksissa 43 prosentilla opiskelijoista oli opintojen alkuvaiheessa positiivinen matematiikkakuva. Neutraali matematiikkakuva oli 35 prosentilla ja negatiivinen matematiikkakuva 22 prosentilla opintojen alkuvaiheessa. Luokanopettajan matematiikka –projektin tuloksista näkyy, että positiivinen matematiikkakuva korreloi lähtötasoa testaavassa testissä onnistumisen kanssa ja negatiivinen kuva heikomman menestymisen kanssa (Kaasila ym. 2007, 351-352). Katso myös Merenluoto, Nurmi & Pehkonen (2003, 56-57): Mieluisa kuva matematiikasta korreloi matematiikan ymmärtämisen kanssa ja negatiivinen kuva vaikuttaa päinvastoin.

Kaasila ym. (2007, 357) toteavat, että luokanopettajakoulutuksen perusopintojen aikana voidaan vaikuttaa tulevien luokanopettajien matematiikkakuvaan ja kuvaan itsestä matematiikan opettajana. Vaikeinta on muuttaa kuvaa itsestä matematiikan oppijana. Kolme keskeisintä matematiikkakuvan muutosta edistävää tekijää ovat

- 1) aiempien matematiikan oppimiseen ja opetukseen liittyvien kokemusten käsittely ja reflektointi
- 2) oppisisältöjen tutkiminen toimintavälineiden ja muiden konkreettisten välineiden avulla
- 3) työskentely opiskelijaparin kanssa tai toimiminen matematiikkatuutorina. (Kaasila ym. 2007, 356-357)

Kupari (1999, 175-179) toteaa tutkimuksessaan, joka käsittelee matematiikkaa opettavien opettajien matematiikkauskomusten yhteyttä opetuskäytäntöihin, että uskomusten ja opetuskäytäntöjen välillä on yhteys, joka tosin on monimutkainen. Kupari korostaa opettajankoulutuksen tehtävää koulutettavien auttamisessa, että nämä tulevat tietoisiksi omista uskomuksistaan ja aktiivisesti käsittelevät uskomusten järkevyyttä ja pätevyyttä.

Hannula (2001, 40) painottaa tyttöjä ja poikia koskevien matematiikkauskomusten ja sukupuolikysymysten aktiivista käsittelyä ja kulttuurin välittämien ”sukupuolilinssien” näkyväksi tekemistä. Hannulan (2001, 17) mukaan matematiikan osaaminen ja siihen liittyvät asenteet liittyvät kiinteästi toisiinsa. Hannula (2001, 32) tuo keskusteluun mielenkiintoisen näkökulman oppilaiden sukupuolen vaikutuksesta ja toteaa artikkelissaan muun muassa, että

*Opettajalla ja hänen valitsemillaan opetusmenetelmillä on voimakkaampi yhteys luokan tyttöjen kuin poikien matematiikan osaamiseen ja itseluottamuksen tasoon.*

Matematiikkakuvaa on tutkittu paljon muissakin konteksteissa, ei ainoastaan luokanopettajaopiskelijoiden osalta. Kansainvälisistä yläkoululaisten matemaattista osaamista ja

matematiikkaan liittyviä asenteita ja uskomuksia mittaavista tutkimuksista mainittakoon tässä IEA-järjestön (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) joka neljäs vuosi toteuttama TIMSS eli Trend in International Mathematics and Science Study ja OECD:n (Organisation for Economic Cooperation and Development) joka kolmas vuosi toteuttama PISA-tutkimus, joissa myös Suomi on mukana. TIMSS 2011 ja PISA 2003 tutkivat oppilaiden matematiikkaan liittyviä asenteita ja osoittivat mm. asenteiden yhteyden oppimistuloksiin hyvin selvästi (Kupari ym. 2004, 42-46; Kupari ym. 2012, 31-42.) Myönteinen asennoituminen matematiikkaa kohtaan johti parempiin tuloksiin matematiikassa. Matematiikassa menestyvät oppilaat myös muita todennäköisemmin pitivät matematiikasta (Kupari ym. 2012, 31).

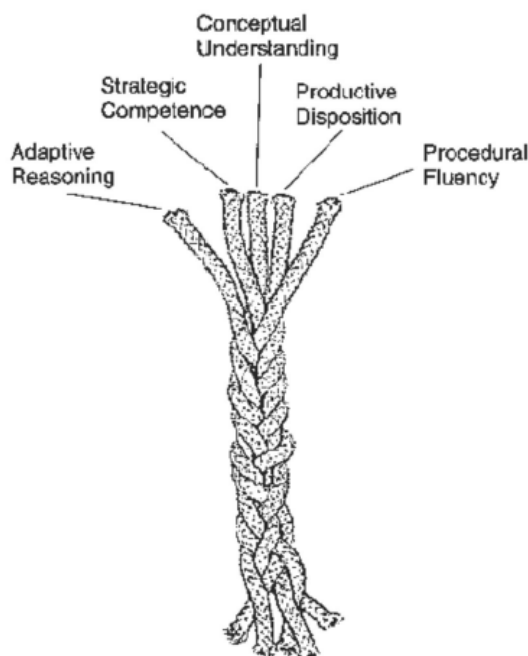
Joutsenlahti (2005) on tutkinut väitöskirjassaan lukion pitkän matematiikan lukijoiden matematiikkakuva. Hän keräsi aineistonsa useasta eri lukiosta. Matematiikkakuvaan liittyvät väittämät tässä pro gradu –tutkimuksessa ovat pitkälti Joutsenlahden käyttämästä väitejoukosta. Joutsenlahti jakoi opiskelijat menestyksen perusteella ryhmiin, jotka hän oli nimennyt menestyjien, kypsyjien, suoriutujien ja pettyjien ryhmiksi. Hän mm. tutki uskomuskyselystä tekemiensä faktorien esiintymistä eri ryhmissä ja loi profiileja eri ryhmiin kuuluville opiskelijoille matematiikkaan suhtautumisessa ja opiskelustrategioissa. Hän ei tutkimuksessaan löytänyt merkittäviä eroja matematiikkakuvissa naisten ja miesten välillä, mutta Joutsenlahden mukaan tutkimusjoukossa pojilla kuitenkin oli vahvempi kuva itsestä matematiikan osaajina kuin tytöillä. (Joutsenlahti 2005, 207-210) Poikien vahvempi luottamus itseensä matematiikan osaajina verrattuna tyttöjen luottamukseen oli myös PISA 2003 –tutkimuksen yksi tulos (Kupari ym. 2004, 45).

Matematiikkauskomukset ja matematiikkakuva ovat olleet myös kansainvälisesti kiinnostava tutkimuskohde, jo vuosikymmenien ajan. Wong & Chen (2012, 793) ovat keränneet kansainvälisesti kattavan listan tutkijoista, jotka ovat joko kehittäneet matematiikkauskomusten ja –asenteiden tutkimukseen mittareita (esim. Fennema & Sherman, 1976), uudelleenkäyttäneet valmiita mittareita tutkimuksissaan (esim. Fogarty, Cretchley, Harman, Ellerton & Konki, 2001; Tapia & Marsh, 2004) tai kirjoittaneet kattavia tutkimusartikkeleita kyseiseltä tutkimusalueelta (Kulm, 1980; Leder, 1992; Ma & Kishor, 1997; Maasz & Schlöglmann, 2009; McLeod, 1992; Sriraman, 2008; Zan, Brown, Evans & Hannula (2006).

### 3. TOOREETTINEN VIITEKEHYS

#### 3.1 Matemaattinen osaaminen

Kilpatrick, Swafford & Findell (2001, 117) sekä Kilpatrick & Swafford (2002, 16) määrittelevät matemaattisen osaamisen termillä *mathematical proficiency*, joka koostuu viidestä yhteen punoutuneesta piirteestä. Piirteet edustavat monimutkaisen kokonaisuuden eri näkökulmia. Matemaattisen osaamisen kehittämisessä kaikilla piirteillä on oma osansa, toisiinsa kietoutuneina ja toisistaan riippuvaisina. Matematiikan opetuksessa ja opiskelussa pitäisi huomioida kaikki viisi piirrettä. Viidestä narusta tehty punos (kuvio 1) esittää matemaattisen osaamisen piirteitä. (Kilpatrick ym. 2001, 117; Kilpatrick ym. 2002, 16)



KUVIO 1. Matemaattisen osaamisen punos Kilpatrickin ym. (2001,117) mukaan.



Piirteiden nimet ovat osittain päivittyneet vuoden 2001 julkaisusta vuoden 2002 julkaisuun. Kirjaan tähän piirteiden nimet vuoden 2001 julkaisun mukaisesti. Piirteiden suomennot ovat Joutsenlahden (2005, 96) väitöskirjasta. Viisi piirrettä, jotka yhdessä muodostavat monipuolisen matematiikan hallinnan, ovat käsitteellinen ymmärtäminen (*conceptual understanding*), proseduraalinen sujuvuus (*procedural fluency*), strateginen kompetenssi (*strategic competence*), mukautuva päättely (*adaptive reasoning*) ja yritteliäisyys (*productive disposition*) (Kilpatrick ym. 2001, 117; Kilpatrick 2002, 16).

Käsitteellinen ymmärtäminen tarkoittaa sitä, että opiskelija ei vain tiedä yksittäisiä ja erillisiä faktoja ja menetelmiä, vaan ymmärtää, missä konteksteissa matemaattiset käsitteet ovat käyttökelpoisia ja miten käsitteet liittyvät toisiinsa. Kognitiivisesta näkökulmasta katsottuna opiskelijalla on järjestäytynyt tietorakenne, johon hän pystyy helposti liittämään uusia käsitteitä. Käsitteelliseen ymmärtämiseen liittyvät Kilpatrickin mukaan esimerkiksi tilanteet, joissa opiskelija näkee syvemmän tason yhdenmukaisuutta tai analogioita, vaikka pinnalta katsottuna tilanteissa ei näyttäisi olevan mitään yhteyttä toisiinsa. Ymmärtäminen rakentuu usein hierarkkisesti niin, että yksinkertaiset ideat löytyvät suurten ja monimutkaisten tietorakenteiden sisältä. Käsitteellinen ymmärtäminen edesauttaa oppimista ja auttaa muistamaan asioita. (Kilpatrick ym. 2001, 118-120)

Proseduraalinen sujuvuus tarkoittaa tiivistettynä laskemisen osaamista. Sillä tarkoitetaan sekä tietoa matemaattisten proseduurien käytöstä - ”milloin” ja ”miten” proseduureja käytetään - että taitoa käyttää proseduureja joustavasti, tehokkaasti ja tarkoituksenmukaisesti. Käsitteellinen ymmärtäminen ja proseduraalinen sujuvuus kietoutuvat yhteen esimerkiksi paikkajärjestelmän ja rationaalilukujen ymmärtämisen ja käytön yhteydessä. Paikkajärjestelmän ymmärtäminen vaatii molempia matemaattisen osaamisen piirteitä. Käsitteellinen ymmärtäminen ja proseduraalinen sujuvuus nähdään usein kilpailevina näkökulmina matematiikan opetuksessa, mutta tällainen dikotominen ajattelu pitäisi unohtaa ja pyrkiä molempien piirteiden – siis lopulta kaikkien viiden piirteen - huomioimiseen. (Kilpatrick ym. 2001, 121-122)

Strateginen kompetenssi tarkoittaa matemaattista ongelmanratkaisutaitoa. Opiskelijan on kyettävä muodostamaan tietystä ongelmasta matemaattinen representaatio, esimerkiksi numeroin tai graafisesti, ja myös ratkaisemaan tehtävä jonkin ongelmanratkaisustrategian avulla. Toisin sanoen opiskelijan pitää tunnistaa ongelmasta sen ratkaisemisen kannalta olennainen aines ja hänen pitää pystyä muotoilemaan ongelma sellaiseen muotoon, että hän osaa ratkaista sen. Ongelman ratkaisemiseen tarvittava menetelmä ei ole opiskelijan tiedossa etukäteen. Strategisen kompetenssin kehittyessä opiskelijalle kertyy kokemuksia erilaisista ongelmanratkaisustrategioista ja hän rupeaa näkemään rakenteellisia yhtenevyyksiä erilaisissa ongelmissa ja tilanteissa. (Kilpatrick ym. 2001, 124-125)

Mukautuva päättely on Kilpatrickin ym. (2001, 129) mukaan matematiikan opiskelun johtotähti ja liima, jonka avulla sidotaan kokonaisuuden osat toisiinsa. Opiskelija käyttää mukautuvaa päättelyä, kun hän ajattelee loogisesti eri käsitteiden ja tilanteiden välisistä suhteista. Siihen kuuluu vaihtoehtojen pohdinta ja valittujen ratkaisuiden tai strategioiden perusteleminen. Todistaminen ja oman toimintansa perusteleminen ovat tämän piirteen ydintä. Ongelmanratkaisussa, kuten todettiin edellä, ongelman muotoiluun ja ratkaisemiseen käytetään strategista kompetenssia. Käsitteellinen ymmärrys tarjoaa käsitteellisen tietovarannon, josta opiskelija voi ammentaa matemaattisia käsitteitä, operaatioita ja relaatioita. Mukautuvan päättelyn kautta haetaan ja löydetään perustelut valittujen strategioiden ja ratkaisujen osalta. (Kilpatrick ym. 2001, 129)

Joutsenlahti (2005, 98) linkittää viimeisen piirteen eli opiskelijan yritteliäisyyden matematiikkakuvan käsitteeseen (*view of mathematics*, tarkemmin seuraavassa luvussa). Kyseinen piirre edustaa affektiivista aluetta, jossa uskomuksilla ja asenteilla on suuri rooli. Opiskelija kokee matematiikan hyödyllisenä ja mielekkäänä ja näkee itsensä matematiikan oppijana positiivisessa valossa. Positiiviset uskomukset kehittyvät, kun opiskelija saa onnistumisen kokemuksia edellä kuvatuissa neljässä piirteessä ja päinvastoin. Suhde tämän viidennen affektiivisen piirteen ja muiden neljän, enemmänkin loogiseen ajatteluun perustuvien piirteiden, välillä on siis vastavuoroinen. Kun viides piirre kehittyy ja opiskelijan uskomukset näyttäytyvät positiivisessa valossa, matemaattisen ongelmanratkaisun muutkin piirteet kehittyvät. Opiskelija uskoo omiin kykyihinsä ja kokee matematiikan opiskelun motivoivana. Otan tässä tutkimuksessa saman näkökulman kuin Joutsenlahti (2005) eli liitän matematiikkakuvan käsitteen Kilpatrickin ym. matemaattisen osaamisen malliin *productive disposition* –piirteen kautta.

### 3.2 Matematiikkakuva

Matematiikkakuvan käsite muodostaa tutkimukseni teoreettisen viitekehyksen matemaattisen osaamisen teorian lisäksi. Edellisessä luvussa kytkin Joutsenlahden (2005) näkökulman mukaisesti matematiikkakuvan käsitteen matematiikan osaamisen käsitteeseen. Kyseisen näkökulman mukaisesti matematiikkakuva olisi yksi piirre matemaattisen osaamisen piirteiden punoksessa. Tässä luvussa esittelen mm. matematiikkakuvan osa-alueet Pietilän (nyk. Laineen) (2002) mukaan ja kytken matematiikkakuvan käsitteeseen kognitiivisen aspektin kolme komponenttia (katso Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen 2007, 350), joita kutsun matematiikkakuvan uskomuskomponenteiksi. Yhdistän siis tämän tutkimuksen teoriakehyksessä kaksi eri teoriakuvausta, joista edellisessä luvussa käsitteelin ensimmäisen ja tässä luvussa toisen.

Teoriakehys kytkeytyy tekemääni empiiriseen tutkimukseen matematiikan taitotestin ja uskomuskyselyn kautta. Kilpatrickin ym. (2001) matemaattisen osaamisen käsitteen yhdistäminen *productive disposition* –piirteen kautta Kaasilan ym. (2007) matematiikkakuvan komponentteihin palvelee kokonaisuuden hahmottamisessa ja kuvaa mielestäni hyvin aluetta, jossa tutkimukseni liikkuu.

Matemaattinen osaaminen  
(Kilpatrick 2001, 117)

Käsitteellinen ymmärtäminen
Proseduraalinen sujuvuus
Strateginen kompetenssi
Mukautuva päättely
Yritteliäisyys eli <b>matematiikkakuva</b>

Matematiikkakuvan  
uskomuskomponentit  
(Kaasila ym. 2007, 350)

Uskomukset itsestä matematiikan oppijana ja opettajana
Uskomukset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta
Uskomukset sosiaalisesta kontekstista, jossa oppiminen ja opettaminen tapahtuu

KUVIO 2. Matemaattisen osaamisen punoksesta matematiikkakuvan uskomuskomponentteihin: teoriakehysten kaksi eri aspektia kohtaavat.

### 3.2.1 Matematiikkakuvan osa-alueet

Pietilä (nyk. Laine) (2002, 19) nimeää matematiikkakuvan osa-alueiksi tiedon, käsitykset, uskomukset, asenteet ja tunteet. Kyseiset osa-alueet toimivat matematiikkakuvan muodostumisessa säätelymekanismeina. Näiden osa-alueiden lisäksi itsetunnolla ja itseluottamuksella on tärkeä rooli matematiikkakuvan rakentumisessa (McLeod 1992, 584). (Pietilä 2002, 19)

Edellä mainitut käsitteet, jotka Pietilä nimeää matematiikkakuvan osa-alueiksi, ovat päällekkäisiä ja tulkinnanvaraisia. Joutsenlahti (2005, 51-55) erittelee kyseisten käsitteiden määritelmiä ja eri tutkijoiden näkemyksiä kyseisistä käsitteistä. Käsitteissä kognitiivisen ja affektiivisen osuuden määrä vaihtelee. Joutsenlahti järjestää käsitteet *uskomus*, *asenne* ja *tunnetila*

käsitejonoksi Pehkonen (1998, 44-46) mukaan: Vasemmalta oikealle kuljettaessa affektiivinen osuus kasvaa ja kognitiivinen osuus vähenee. Toisin sanoen, uskomus sisältää enemmän kognitiivista komponenttia kuin tunnetila ja tunnetila puolestaan sisältää enemmän affektiivista komponenttia kuin uskomus. (Pehkonen 1998, 44-46; Joutsenlahti 2005, 51-55)

Tieto on joko objektiivista eli kollektiivisesti hyväksyttyä tieteellisiin tutkimuksiin perustuvaa tietoa tai subjektiivista eli tietoa, jota yksilö pitää totena, mutta joka ei välttämättä kelpaa objektiiviseksi tiedoksi (vrt. Furinghetti & Pehkonen 2002). Objektiivinen ja subjektiivinen tieto voivat olla osittain päällekkäisiä. Objektiivisesta tiedosta Pietilä ottaa esimerkiksi paikkajärjestelmän ja sen ominaisuudet. Subjektiivinen tieto voi olla Pietilän mukaan esimerkiksi oppilaan toimintaa ohjaavaa tietoa allekkainlaskussa. Kun laskija saa jossakin kohdassa yhteensä yli kymmenen, hän tietää tarvitsevänsä muistinumeroa, joka on aina ykkönen. (Pietilä 2002, 20)

Tunteet ovat intensiivisiä ja lyhytkestoisia affektiivisia reaktioita. Ne voivat matematiikan opiskeluun liittyessään olla esimerkiksi negatiivisia kuten suuttumusta, pelkoa tai paniikkia tai positiivisia kuten iloa ja tyytyväisyyttä. Positiivinen onnistumisen tunne voi syntyä esimerkiksi lyhytkestoisen ahaa-elämyksen myötä ja saattaa olla pitkäkestoinenkin tunne. (Malmivuori 2001, 87-89)

Asenteet ovat McLeodin (1992, 581) mukaan affektiivisia reaktioita, jotka sisältävät kohtalaisen pysyviä ja intensiivisiä positiivisia tai negatiivisia tunteita. Henkilö siis reagoi positiivisesti tai negatiivisesti johonkin asiaan, tilanteeseen tai henkilöön. Asenteen voidaan katsoa muodostuvan kolmesta komponentista: uskomuksista objektiin, tunnereaktioista objektiin ja käyttäytymisestä objektia kohtaan (Malmivuori 2001, 16).

Uskomukset, kuten asenteetkin, ovat henkilökohtaisia näkemyksiä, joita ei välttämättä pystytä perustelemaan objektiivisesti. Uskomukset muodostuvat subjektiivisesta tiedosta tai sekä subjektiivisesta tiedosta että tunteesta. (Pietilä 2002, 22) Tiedostettuja uskomuksia voidaan pitää käsityksinä (Pehkonen 1998, 45). Tässä tutkimuksessa nojaan Joutsenlahden käyttämään uskomuksen määritelmään (kts. myös Pehkonen 1998 & 1999), jonka mukaan uskomus-käsite on yläkäsite, joka sisältää käsitteet *asenne*, *käsitys* ja *tunnetila*. Näin ollen matematiikkakuvaa mittaava tutkimus mittaa opiskelijoiden matematiikkauskomuksia, joissa asenteilla, käsityksillä ja tunteilla on merkittävä osansa.

### 3.2.2 Matematiikkakuvan uskomuskomponentit

Identiteetti on yksilön persoonallinen ja sosiaalinen käsitys omasta itsestään. Identiteetti voidaan nähdä elämänkerrallisena kertomuksena siitä, ”Kuka olen?”, ”Mistä tulen?” ja ”Mitä muut

ajattelevat minusta?”. Ihminen muovaa identiteettiään itsensä, sosiaalisen ja kulttuurisen ympäristönsä kanssa. Minuuden ja identiteetin kehitystä voidaan pitää tärkeänä prosessina ihmisen kasvussa. (Ropo 2009, 1-10.)

Identiteetin moninaisuus tarkoittaa sitä, että ihminen on yksi persoona, jossa on monta persoonaa. Ihmisen ajattelun kontekstit ovat moninaiset eikä yhtenäistä ja yhtä identiteettiä voi siksi muodostaa. Identiteetit ovat toisistaan riippuvaisia ja toisistaan innoitusta hakevia. (Ropo & Gustafsson 2006, 54–55, 73; Ropo 2009, 10.) Jotkut identiteetin aspektit voivat olla kehittyneempiä kuin toiset (Coté 2006, 10). Edellisen perusteella voidaan ajatella, että opiskelijan suhde matematiikkaan näyttäytyy matemaattisena identiteettinä. Se on opiskelijan käsitys itsestään ja matematiikasta. Käsitettä matemaattinen identiteetti käyttävät mm. Lutovac & Kaasila (2011) ja Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen (2005) kuvaamaan matematiikan ja yksilön välistä suhdetta. Lutovac ja Kaasila (2011, 227) näkevät matemaattisen identiteetin omassa tutkimuksessaan osana henkilön laajempaa narratiivista identiteettiä. Se alkaa kehittyä lapsuudessa ja rakentuu koko ihmisen elämän ajan. Matemaattista identiteettiä ei tulisikaan nähdä vakaana kokonaisuutena, vaan jonakin, mitä ihmiset käyttävät oikeuttaakseen ja selittääkseen omaa suhdettaan matematiikkaan ja muihin ihmisiin matemaattisissa yhteisöissä (Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen 2005, 81).

Matemaattinen identiteetti voidaan siis nähdä kertomuksena henkilön suhteesta matematiikkaan ja ympäristöön ja se muuttuu ja rakentuu uudelleen läpi henkilön elämän. Matematiikkakuvan sijoitan osaksi matemaattista identiteettiä (kts. myös Kaasila ym. 2005, 83). Matemaattinen identiteetti rakentuu asenteiden, uskomusten ja tunteiden kautta ja vaikuttaa henkilön käsitykseen siitä, millainen hänen itsensä ja matematiikan välinen suhde on. Tämä näkyy henkilön vuorovaikutuksessa ympäristönsä kanssa sekä käsityksissä matematiikasta, maailmasta sekä itsestä. Esimerkiksi ympäristön tarkasteleminen matemaattisesta näkökulmasta voi olla vahvempaa hyvällä matematiikan osaajalla ja ymmärtäjällä verrattuna heikon osaajan tarkastelunäkökulmaan.

Kaasila, Hannula, Laine & Pehkonen (2007, 350) lähestyvät matematiikkakuvan käsitettä identiteetin, ja erityisesti matemaattisen identiteetin, näkökulmasta. He toteavat, että matematiikkakuva on tärkeä osa matemaattista identiteettiä. He erottavat matematiikkakuvan kognitiivisessa aspektissa kolme komponenttia. Kyseiset matematiikkakuvan komponentit ovat 1) uskomukset itsestä matematiikan oppijana ja opettajana, 2) uskomukset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta ja 3) uskomukset sosiaalisesta kontekstista, jossa oppiminen ja opettaminen tapahtuu. Kutsun näitä komponentteja matematiikkakuvan uskomuskomponenteiksi. Tässä tutkimuksessa käytetty väitejoukko, jolla kerättiin aineistoa opiskelijoiden matematiikkakuvasta, sisältää väitteitä kaikilta edellä luetelluilta kolmelta osa-alueelta. Uskomukset edustavat tässä tutkimuksessa

yläkäsitetä, joka pitää sisällään Pietilän (2002) affektiivisen alueen käsitteet eli *asenteet*, *käsitykset* ja *tunteet*. Tämä lähtökohta on Joutsenlahden (2005) määritelmän mukainen.

## 4.TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tämä tutkimus on looginen jatkumo luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan taitojen kehittämismahdollisuuksia kartoittavalle tutkimukselle (Leppäaho, Joutsenlahti, Laine & Tuominen 2012). Taitojen kehittämismahdollisuuksia kartoittavassa tutkimushankkeessa tutkittiin, miten luokanopettajaopintojen matematiikan opintoja voitaisiin tehostaa nykyisillä resursseilla ja siinä tärkeässä osassa oli matematiikan tietoja ja taitoja mittaava testi. Käytin Leppäahon ym. kehittämää matematiikan taitotestiä tässä pro gradu –tutkimuksessani. Tavoitteenani oli selvittää Tampereen yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden peruskoulumatematiikan osaamista opintojen alussa.

Matematiikkauskomuksia kartoittavan kyselyn avulla saadaan arvokasta tietoa opiskelijoiden asennoitumisesta matematiikkaa kohtaan. Matematiikan aineenhallinnan ja didaktisen osaamisen lisäksi uskomuksilla ja asenteilla on vaikutusta opiskelijoiden oppimiseen ja tulevaisuudessa myös opettamiseen (Kaasila, Laine, Pehkonen & Hannula (2007); Hannula (2004); Merenluoto, Nurmi & Pehkonen 2003; Kupari 1999). Uskomuskyselyn avulla halusin kerätä tietoa Tampereen yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkauskomuksista opintojen alussa.

Tämän tutkimuksen tutkimuskysymykset ovat:

1. Minkälainen on vuonna 2011 ja 2012 Tampereen yliopistossa aloittaneiden luokanopettajaopiskelijoiden peruskoulumatematiikan osaaminen opintojen alussa?
2. Minkälaisia ovat opiskelijoiden matematiikkaa koskevat uskomukset opintojen alussa?

## 5. TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

### 5.1 Tutkimusjoukko

Tutkimuksen aineisto on kerätty vuonna 2011 ja 2012 Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutuksen aloittaneilta opiskelijoilta opintojen alkuvaiheessa (N=113), kun matematiikan opintoja yliopistossa on ollut takana hyvin vähän (vuosikurssi 2012) tai ei vielä lainkaan (vuosikurssi 2011). Vuosikurssin 2011 matematiikan taitotesti teetettiin osana laajempaa Tampereen yliopiston ja Jyväskylän yliopiston luokanopettajakoulutuksen matematiikan opetuksen kehittämisprojektia ja sen tulokset ovat nähtävissä julkaisussa ”Tietoa ja työkaluja luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan taitojen kehittämiseen” (Leppäaho, Joutsenlahti, Laine & Tuominen 2012). Tämän pro gradu –tutkimuksen aineisto koostuu kappaleen alussa määritellyn tutkimusjoukon matematiikan taitotestivastauksista ja uskomuskyselyvastauksista.

Tampereen yliopiston Hämeenlinnan yksikön luokanopettajakoulutukseen haki vuonna 2011 2157 henkilöä, joista 874 ensisijaisesti Hämeenlinnaan. Luokanopettajakoulutus siirrettiin kesällä 2012 Tampereelle ja siirto oli tiedossa jo kevään 2012 hakuaikana. Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutukseen haki vuonna 2012 2794 henkilöä, joista 1365 ensisijaisesti Tampereelle. Hakijamäärissä on nähtävissä selkeä kasvu, jolle voidaan hakea selitystä yksikön siirtymisestä Tampereelle. Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutukseen hyväksyttiin vuonna 2011 yhteensä 68 uutta opiskelijaa ja vuonna 2012 66 opiskelijaa. Molempina vuosina 64 opiskelijaa otti vastaan opiskelupaikan. Vuonna 2011 aloittaneista 55 vastasi tämän tutkimuksen elektroniseen matematiikkakuvakyselyyn ja 51 teki taitotestin. Vuonna 2012 aloittaneista 58 vastasi matematiikkakuvakyselyyn ja sama joukko teki myös taitotestin. (VAKAVA-hakijamäärät 2007-2013)



## *5.2 Mittarit ja luotettavuuden tarkastelua*

### 5.2.1 Tutkimuksen mittarit eli testivälineet

Mittareina eli testivälineinä tässä pro gradu –tutkimuksessa käytettiin elektronista matematiikan perustaitoja mittaavaa testistöä, jonka Leppäaho, Joutsenlahti, Laine & Tuominen (2012) ovat kehittäneet omaa tutkimustaan varten yhteistyössä Mikrolinna OY:n kanssa sekä osaa Joutsenlahden (2005) valmiista matematiikkakuvan mittaamiseen tarkoitettua elektronisesta väitejoukosta.

Opiskelijoiden koulumatematiikan taitoja mitattiin Mikrolinna OY:n Netti-Moppi –oppimisympäristössä. Testi sisälsi tehtäviä neljältä koulumatematiikan alueelta: peruslaskutoimitukset (6 tehtävää), rationaaliluvut (8 tehtävää), verrannollisuus (10 tehtävää) ja lukukäsite (11 tehtävää). Vaatimustaso mukaili koko peruskoulun matematiikan oppimäärää. Sähköinen taitotesti mittasi ennen kaikkea mekaanisista peruslaskutoimituksista selviämistä eli matemaattisen osaamisen mittaaminen kohdistui pääasiassa proseduraalisen sujuvuuden alueelle. Opiskelijoilta myös kysyttiin avoimella kysymyksellä mielipiteitä taitotestistä. Kvantitatiivisia tutkimusmenetelmiä hyödyntäen halusin kuvata ja analysoida syksyllä 2011 ja 2012 opintonsa aloittaneiden Tampereen yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden peruskoulumatematiikan osaamista opintojen alkuvaiheessa.

Matematiikkakuvaan liittyvä kysely toteutettiin elektronisella kyselylomakkeella, joka sisälsi taustatietojen keräämisen (sukupuoli, yo-kirjoitusvuosi, tiedot yo-kirjoituksissa kirjoitetun matematiikan pakollisuudesta tai vapaaehtoisuudesta ja matematiikan arvosanasta yo-todistuksessa ja lukion päättötodistuksessa, tieto yo-kirjoituksissa kirjoitetun matematiikan lyhyestä tai pitkästä oppimäärästä sekä äidinkielen yo-todistuksen arvosanasta) sekä 34 matematiikan opiskeluun, omaan matematiikkakuvaan ja matematiikan sukupuolisidonnaisuuteen liittyvää Likert-asteikollista väittämää (Likert-asteikko 1-5: 1 = täysin eri mieltä, 2 = osittain eri mieltä, 3 = en osaa sanoa, 4 = osittain samaa mieltä, 5 = täysin samaa mieltä). Kvantitatiivisia tutkimusmenetelmiä hyödyntäen halusin kuvata ja analysoida edellä määritellyn opiskelijajoukon uskomuksia matematiikan opiskelusta ja opettamisesta, matematiikan luonteesta ja merkityksestä sekä itsestä matematiikan osaajana. Tiivistin alkuperäisen mittarin tuottaman informaation pääkomponenttianalyysin ja summamuuttujien avulla jatkoanalyysjä varten.

### 5.2.2 Mittauksen validiteetti ja reliabiliteetti

Tieteellisen tutkimuksen pitää täyttää objektiivisuuden ja avoimuuden vaatimus. Tämä tarkoittaa, että tutkimuksen tulos ei saa olla riippuvainen havainnoijasta tai hänen tavastaan tulkita ilmiöitä ja tulosten oikeellisuuden pitää olla testattavissa uudella, samankaltaisella tutkimuksella. Tutkimuksen ja mittauksen luotettavuuden yhteydessä puhutaan usein validiteetista (pätevyys) ja reliabiliteetista (luotettavuus). (Nummenmaa 2010, 22-23 & 346)

Validiteetti tarkoittaa mittauksen kykyä mitata juuri sitä ominaisuutta, mitä olikin tarkoitus mitata. Kyseessä on siis mittarin ja mitattavan ominaisuuden välinen suhde. Mahdollisimman hyvä validiteetti varmistetaan suunnittelulla ja harkitulla tiedonkeruulla. Edustava otos ja korkea vastausprosentti parantavat tutkimuksen validiteettia. Kun tarkastellaan mittauksen validiteettia, voidaan validiteetti jakaa sisäiseen ja ulkoiseen validiteettiin. Sisäiseen validiteettiin liitetään käsitevalidius, kun pohditaan, ovatko mittausoperaatiot päteviä tutkittaviin käsitteisiin nähden. Tässä tutkimuksessa teoriakehyksen muodostavat Kilpatrickin ym. (2001 & 2002) määrittelemät matemaattisen osaamisen piirteet sekä Kaasilan ym. (2007) matematiikkakuvan määritelmä. Mittarit ja mittausoperaatiot perustuvat teoreettiseen viitekehykseen. Matematiikan taitotesti ja matematiikkakuvakysely ovat muiden tutkijoiden laatimia, käyttämiä ja testaamia. Niiden sopivuus tämän tutkimuksen teoriakehykseen on varmistettu. Ulkoinen validiteetti määrittelee, mittaako mittari pätevästi ja antaako se hyödyllisiä ja yleistettäviä tuloksia. Tässä tutkimuksessa on kyseessä kahta vuosikurssia koskeva kokonaistutkimus (vastausprosentti 88) eli vastaukset kuvaavat erittäin hyvin kyseisten kahden vuosikurssin opiskelijoiden matematiikan taitoja ja matematiikkakuvaa. Tulosten yleistettävyyden kanssa pitää kuitenkin olla varovainen, vaikka tutkittavia oli yli sata, mikä on vähintään kaksi kertaa niin paljon kuin analysoitavia muuttujia matematiikkakuvatestissä ja vähintään 20 kertaa niin paljon kuin muodostettavia pääkomponentteja samaisen matematiikkakuvatestin pääkomponenttianalyysissa. Nummenmaan (2010, 406-407) mukaan edellä luetellut edellytykset liittyvät faktorianalyysin käyttöön. Pääkomponenttianalyysiä voidaan pitää faktorianalyysiperheeseen kuuluvana monimuuttujamenetelmänä, joten mielestäni on perusteltua viitata kahteen edellä mainittuun faktorianalyysin käytön edellytykseen myös pääkomponenttianalyysin yhteydessä. Pääkomponenttianalyysin otoskoon suhteen esimerkiksi Metsämuuronen toteaa, että otoskoko voi olla pienempikin kuin 300, jos korrelaatiot muuttujien välillä ovat korkeat (Metsämuuronen 2009, 652). Liitteistä löytyvä Leppäahon ym. (2012, 9) taulukko, johon olen lisännyt vuosikurssin 2012 ratkaisuprosentit ja -ajat antaa jo yleistettävää tietoa luokanopettajien matematiikan osaamisesta, sillä vastaajia oli yli 300. (Nummenmaa 2010, 22-23, 346-366 & 406-407; Metsämuuronen 2009, 649-657; Metsämuuronen 2011, 74-75)

Reliabiliteetilla tarkoitetaan mittauksen virheettömyyttä. Reliabiliteetilla mitataan mittarin tai menetelmän kykyä antaa ei-sattumanvaraisia tuloksia. Reliabiliteetti on sitä suurempi, mitä vähemmän tuloksissa on sattumanvaraisuutta. Kyselylomakkeen reliabiliteettia, toisin sanoen mittausvirheen määrää, voidaan arvioida laatimalla mittarista kaksi eri versiota, jotka teetetään samalla kohderyhmällä. Toinen vaihtoehto mittausvirheen määrän mittaamiseen on uusintamittauksen tekeminen. Lisäksi voidaan turvautua split-half –menetelmään, jolloin mittarissa on sisäänrakennettuna kaksi osaa, joiden välistä korrelaatiota voidaan tarkastella. Neljäs vaihtoehto on pitäytyä mittarin sisäisessä konsistenssissa: Mitä enemmän keskenään samankaltaisesti toimivia väittämiä mittari sisältää, sitä parempi reliabiliteetti on. Tässä tutkimuksessa reliabiliteettiin pyrittiin vaikuttamaan järjestämällä rauhallinen testiympäristö, tarpeeksi aikaa ja selkeä ohjeistus testijoukolle. Mittareina käytettiin jo aiemmin testattuja ja käytössä olleita testejä. Likert-vastauksista – toisin sanoen pääkomponentille voimakkaimmin latautuneista muuttujista - rakensin summamuuttujia ja tällä toimenpiteellä pyrin myös parantamaan tutkimuksen reliabiliteettia. Summamuuttujien reliabiliteetin varmistamiseksi laskin kullekin pääkomponentille reliabiliteettiarvon (Cronbachin alfa, kts. yltä neljäs tapa kyselylomakkeen reliabiliteetin tarkasteluun) ja valitsin neljä pääkomponenttia kuudesta. Noudatin tilastollisessa testaamisessa Metsämuurosen (2010, 255) ohjetta, jonka mukaan Likert-asteikolliset mittaukset edellyttävät parametrittömien tilastollisten menetelmien käyttöä, koska informaatio on järjestysasteikollista eikä välimatka-asteikollista. (Nummenmaa 2010, 351-357; Metsämuuronen 2010, 255)

Tutkimukseni aihe on täsmentynyt niin, että vasta vuoden 2012 vuosikurssilta pyysin luvan sekä matematiikkakuva-aineiston että taitotestin tulosten käyttöön yhdessä. Vuoden 2011 vuosikurssilta lupa on pyydetty aineiston käyttöön anonymisti eli minulla ei ole mahdollisuuksia käyttää vuoden 2011 vuosikurssin matematiikkakuvan ja taitotestin tuloksia niin, että pystyisin yhdistämään kunkin opiskelijan matematiikkakuvavastaukset taitotestin tuloksiin. Tämä ohjaa tutkimukseni tavoitteita ja kulkua eli vuoden 2011 vuosikurssin osalta en pysty tutkimaan matematiikkakuvan ja taitotestin tulosten välisiä yhteyksiä yksilötasolla. Suoritin kerätyn aineiston tilastollisen analysoinnin IBM Statistic –ohjelmiston versiolla 21.

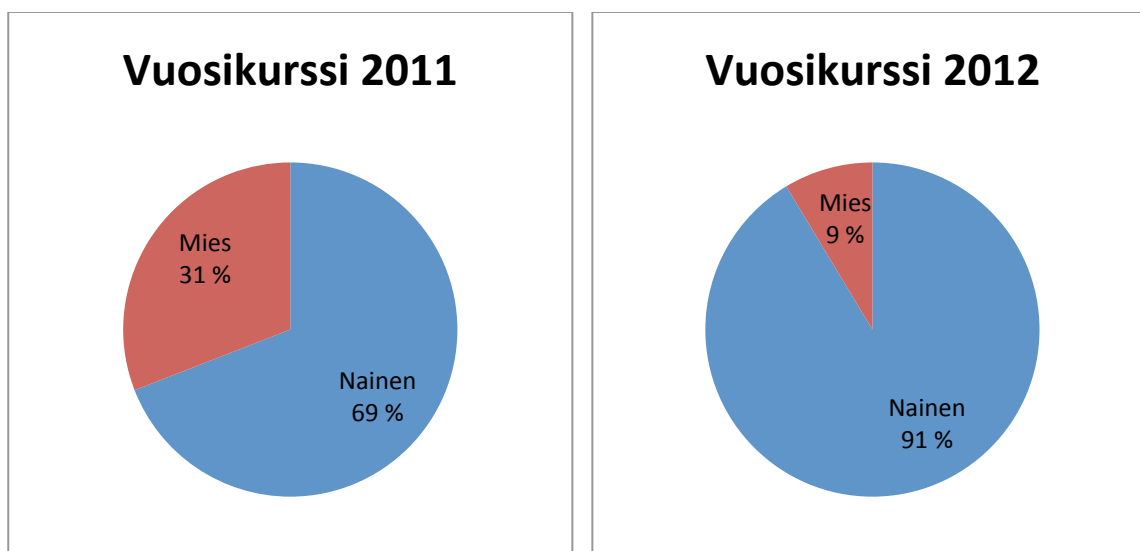
### ***5.3 Aineiston kuvailua taustamuuttujien avulla***

Kuvaan frekvenssien ja ristiintaulukoinnin avulla tutkimusjoukon taustamuuttujia ja pyrin antamaan kuvan vuonna 2011 ja 2012 aloittaneiden luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan arvosanoista lukion päättötodistuksessa sekä menestymisestä matematiikan ylioppilaskokeessa. Analysoin ja kuvaan myös, minä vuonna uudet opiskelijat ovat kirjoittaneet ylioppilaaksi ja onko matematiikan

osalta kirjoitettu pitkä vai lyhyt oppimäärä ja kuinka moni on jättänyt matematiikan kokonaan ylioppilastutkinnon ulkopuolelle.

### 5.3.1 Jakaumat sukupuolen ja yo-kirjoitusvuoden mukaan

Tutkimukseen osallistuneista 113 opiskelijasta miehiä oli 22 ja naisia 91. Tutkimusjoukossa vuosikurssin 2011 osalta miehiä oli 17 ja naisia 38. Vuosikurssin 2012 osalta tutkimukseen osallistuneita miehiä oli ainoastaan 5 ja naisia 53. Naisten ja miesten prosenttiosuudet kummankin vuosikurssin osalta näkyvät kuvioista 3.

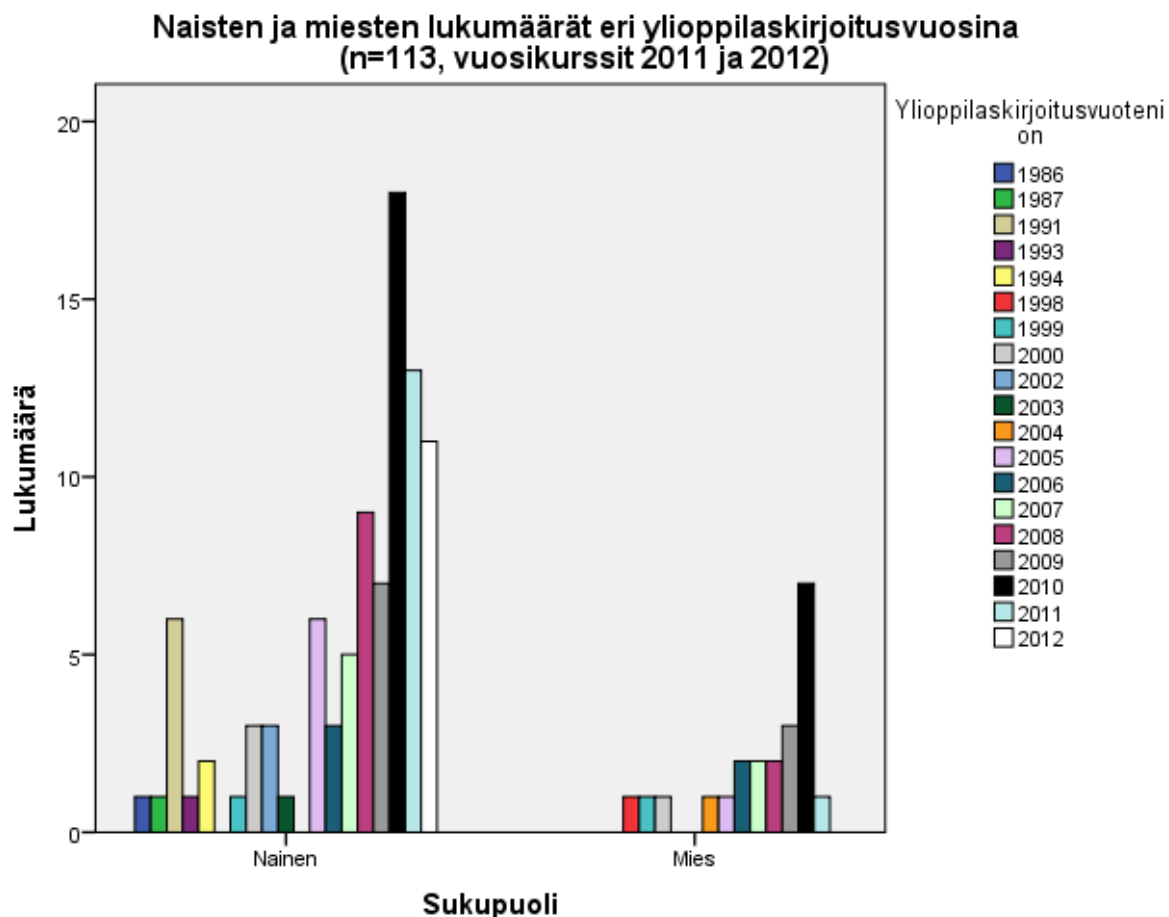


KUVIO 3. Sektoridiagrammit miesten ja naisten osuuksista tutkimukseen osallistuneiden joukossa vuosikurssittain (N=113)

Ylioppilaskirjoitusvuoden perusteella pystytään määrittelemään, kuinka moni 113 tutkimukseen osallistuneesta on opiskellut lukiossa matematiikkaa uusimman eli vuoden 2004 opetussuunnitelman mukaan ja kuinka moni joko vuoden 1994 opetussuunnitelman tai vuoden 1985 opetussuunnitelman mukaan.

Uusimman opetussuunnitelman (vuoden 2004 OPS) opiskelleita opiskelijoista on 78 eli noin 69 prosenttia. Tämä luku saadaan, kun lasketaan vuonna 2007 tai myöhemmin kirjoittaneet. Vuoden 1994 opetussuunnitelman mukaan opiskelleita on 24 ja vuoden 1985 mukaan opiskelleita 9. Niin kutsuttuja tuoreita ylioppilaita eli joko vuonna 2010, 2011 tai 2012 kirjoittaneita on opiskelijoista 50 eli noin 44 prosenttia. Vanhin sisään päässyt mies on kirjoittanut ylioppilaaksi vuonna 1998, kun

taas naisten joukossa vanhin opiskelija on kirjoittanut 1986 ja vuosina 1986-2000 on kirjoittanut peräti 15 sisään päässyttä naisopiskelijaa. Vuonna 2011 aloittaneista opiskelijoista, varsinkin naisista, suuri osa on kolmissa- tai nelissäkymmenissä ja todennäköisesti heillä on jo jokin toinen tutkinto tehtynä. Liitteissä (liite 2) on taulukot ylioppilaskirjoitusvuosista erikseen vuosikurssin 2011 ja vuosikurssin 2012 osalta.



KUVIO 4. Pylväsdiagrammi tutkimukseen osallistuneiden opiskelijoiden ylioppilaskirjoitusvuosien jakautumisesta naisten ja miesten osalta erikseen (N=113)

### 5.3.2 Lukion päättötodistuksen ja ylioppilaskokeen arvosana matematiikassa

Tutkimukseen osallistuneista 50 on kirjoittanut pitkän matematiikan kokeen, 55 lyhyen matematiikan kokeen ja 8 ei ole kirjoittanut matematiikkaa lainkaan ylioppilaskokeessa. Luvut näkyvät taulukossa 1. Suhteellisesti suurempi osa naisista kuin miehistä on kirjoittanut pitkän matematiikan kokeen (naiset pitkä = 45 prosenttia ja naiset lyhyt = 48 prosenttia, miehet pitkä = 41 prosenttia ja miehet lyhyt = 50 prosenttia).

TAULUKKO 1. Miesten ja naisten lukumäärät yo-kokeen pitkän matematiikan, lyhyen matematiikan ja ei matematiikan koetta lainkaan osalta (N=113)

Ylioppilaskirjoituksissa Kirjoitin	pitkän matematiikan kokeen	lyhyen matematiikan kokeen	en kirjoittanut matematiikkaa
Miehet/2011	6	10	1
Miehet/2012	3	1	1
Naiset/2011	17	18	3
Naiset/2012	24	26	3
Yhteensä	50	55	8

Kaasilan (2000, 36) tutkimuksessa, jossa tutkimusjoukko koostui Lapin yliopiston toisen vuosikurssin (50 naista ja 10 miestä) luokanopettajaopiskelijoista, opiskelijanaisista 24 prosenttia oli suorittanut pitkän matematiikan kurssin lukiossa. Vastaava luku miehille Kaasilan tutkimuksessa on 30 prosenttia ja Kaasila toteaa, että luokanopettajakoulutukseen valikoituu keskimääräistä enemmän miehiä, jotka ovat opiskelleet matematiikan yleisen kurssin. Näyttäisi, että Kaasilan toteamus lyhyen matematiikan miehistä pätesi vuoden 2011 Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutuksessa aloittaneiden miesten joukossa, mutta ei vuoden 2012 aloittaneiden miesten joukossa. Taulukon 1 luvut pitkän matematiikan kirjoittaneille naisille sen sijaan ovat suuria. Luokanopettajakoulutus koetaan houkuttelevana opintopolkuna pitkän matematiikan kirjoittaneiden naisten keskuudessa tämän tutkimuksen tutkimusjoukossa. Luvun suuruudelle voitaneen etsiä selitystä mm. siitä seikasta, että Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutuksen sisäänpääsykoepisteitä saa matematiikasta, pitkästä matematiikasta vielä suhteellisesti paremmin kuin lyhyestä (esim. pitkän matematiikan C tuotti saman pistemäärän pääsykokeessa vuonna 2011 ja 2012 kuin lyhyen matematiikan L).

Tutkimusjoukon yleisin matematiikan arvosana lukion päättötodistuksessa oli 8 tai 9. Noin 35 prosentilla arvosana oli 8 ja noin 35 prosentilla 9. Ylioppilastodistuksen arvosanalla A tai B on päässyt opiskelemaan yhdeksän opiskelijaa niin, että viidellä henkilöllä on ollut pitkä matematiikka, josta A tai B on arvosanaksi saatu. Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutukseen hakiessa saa pisteitä matematiikan ja äidinkielen ylioppilastutkintoarvosanoista. Yhdelläkään miesopiskelijalla ei ole arvosanaa 10 matematiikassa lukion päättötodistuksessa eikä matematiikan arvosanaa L ylioppilastodistuksessa. Tutkimusjoukossa 7 naisella on arvosana 10 päättötodistuksessa tai arvosana L ylioppilastodistuksessa. Kolmella lyhyen matematiikan kirjoittaneella naisella ja yhdellä pitkän matematiikan kirjoittaneella naisella on sekä arvosana 10 päättötodistuksessa että L ylioppilastodistuksessa.

TAULUKKO 2. Lukion päättötodistuksen matematiikan arvosanojen jakauma koko tutkimusjoukossa (N=113)

Matematiikan arvosana lukion päättötodistuksessa	6	7	8	9	10
Miehet/2011	0	3	7	7	0
Miehet/2012	1	2	1	1	0
Naiset/2011	2	5	12	15	4
Naiset/2012	1	14	19	16	3
Yhteensä	4	24	39	39	7

TAULUKKO 3. Ylioppilastodistuksen matematiikan arvosanojen jakauma koko tutkimusjoukossa (N=113)

Matematiikan arvosana ylioppilastodistuksessa	A	B	C	M	E	L	En kirjoittanut matematiikkaa
Miehet/2011	0	1	2	10	3	0	1
Miehet/2012	0	0	3	0	1	0	1
Naiset/2011	3	2	9	10	8	3	3
Naiset/2012	2	7	7	21	9	4	3
Yhteensä	5	10	21	41	21	7	8

### 5.4 Matematiikan taitotestin tulokset

Opiskelijoiden koulumatematiikan taitoja mitattiin elektronisella testistöllä Mikrolinna OY:n Netti-Moppi –oppimisympäristössä (<http://www.mikrolinna.fi>). Matematiikan perustaitoja mittaavan testistön ovat kehittäneet Leppäaho, Joutsenlahti, Laine & Tuominen (2012) omaa tutkimustaan varten yhteistyössä Mikrolinna OY:n kanssa. Testi sisältää tehtäviä neljältä koulumatematiikan alueelta: peruslaskutoimitukset, rationaaliluvut, verrannollisuus ja lukukäsite. Vaatimustaso mukailee koko peruskoulun matematiikan oppimäärää. Sähköinen taitotesti mittaa ennen kaikkea mekaanisista peruslaskutoimituksista selviämistä eli matemaattisen osaamisen mittaaminen kohdistuu pääasiassa proseduraalisen sujuvuuden ja jossain määrin mukautuvan päättelyn alueelle. Taitotestissä ei saanut käyttää laskinta, mutta kynän ja paperin käyttö oli suositeltavaa. Testiohjelma ei vaatinut opiskelijoita kirjaamaan laskujen välivaiheita, vaan oikeaksi ratkaisuksi riitti pelkkä tuloksen kirjaaminen sille varattuun tilaan. Testi teetettiin valvotusti tietokoneluokassa.

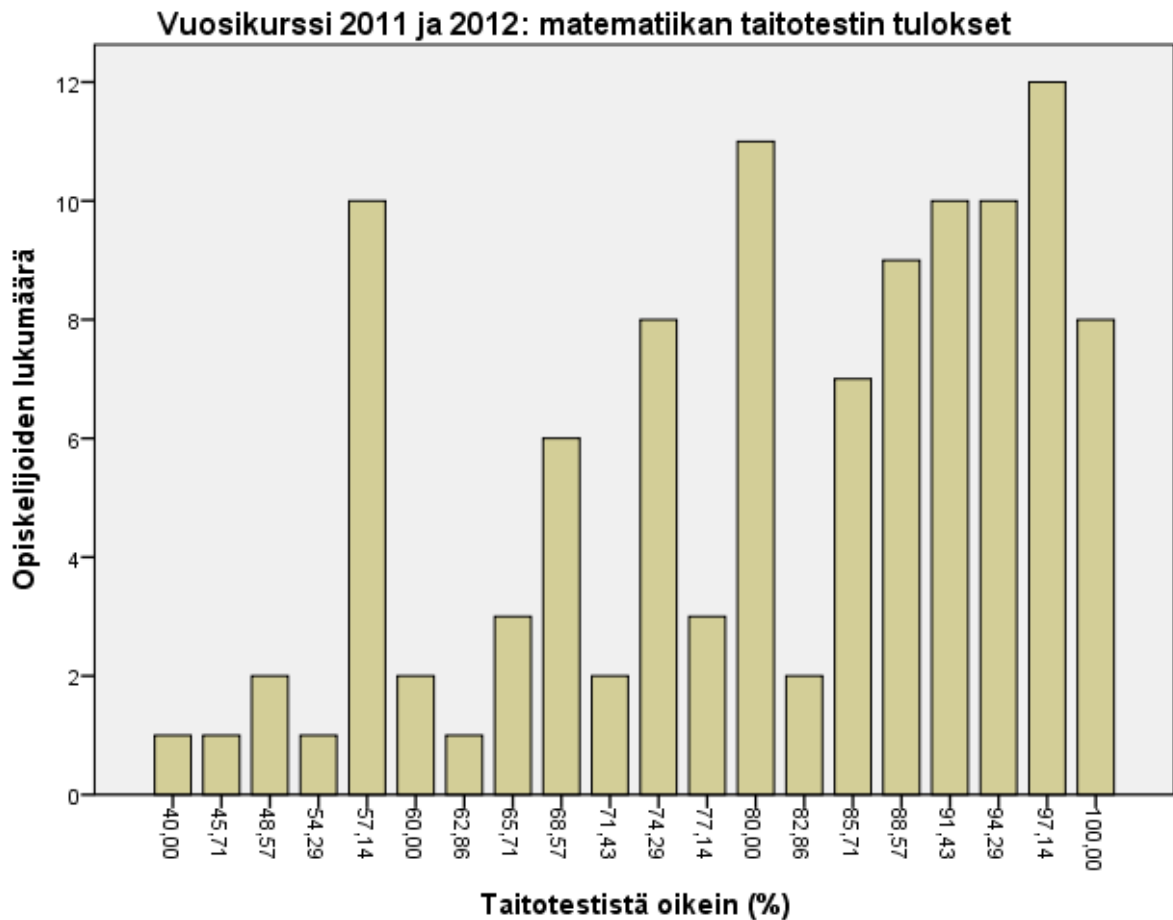
Vuosikurssille 2011 testiaikaa annettiin 60 minuuttia ja vuosikurssille 2012 90 minuuttia. Vuosikurssille 2012 annettiin pidempi testiaika, koska he tekivät testitilanteen alussa matematiikan uskomuskyselyn. Vuosikurssi 2011 sai tehdä uskomuskyselyn kokonaan toisena ajankohtana.

Taitotestin tehtävien suoritusjärjestys oli opiskelijan vapaasti valittavissa. Kuhunkin tehtävään pystyi syöttämään vastauksen kaksi kertaa, jonka jälkeen tehtävä todettiin oikein tai väärin ratkaistuksi. Mikrolinnan ohjelma vaihtaa tehtävien lukuarvoja ja kontekstia jokaisella ratkaisukerralla, kuitenkin niin, että tehtävien vaativuustaso pysyy samana. Toiselta opiskelijalta luntaaminen ei auta oman tehtävän ratkaisemisessa. Rationaalilukujen osa-alue kattoi pääasiassa murtolukujen yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskutehtäviä. Peruslaskutoimitusten osa-alueella opiskelijan piti soveltaa laskujärjestyssääntöjä sekä erimerkkisten lukujen tulon ja jaollisuuden sääntöjä. Lukukäsitteen osa-alue testasi kymmenjärjestelmän osaamista, lukusuoran, massan ja ajan yksiköiden osaamista sekä murto- ja desimaalilukujen välisen yhteyden ymmärtämistä. Prosenttikäsitteen, suoraan ja kääntäen verrannollisuuden sekä mittakaavan osaamista testattiin verrannollisuuden osa-alueella.

#### 5.4.1 Tulokset osa-alueittain ja testissä onnistuminen prosentein kuvattuna

Parhaiten testissä suoriuduttiin peruslaskutoimituksista (vuosikurssi 2011, kahden yrityskerran jälkeen ratkaisuprosentti 89,40) ja rationaaliluvuista (vuosikurssi 2012, kahden yrityskerran jälkeen ratkaisuprosentti 91). Vaikein osa-alue oli verrannollisuuden osa-alue: vuosikurssi 2011 ylsi 84 prosentin osaamiseen ja vuosikurssin 2012 ratkaisuprosentiksi muodostui 72,10. Verrannollisuuden osa-alue on ollut haastavin neljästä osa-alueesta myös muissa luokanopettajayksiköissä (Leppäaho ym. 2012, 9). Yksilötasolla ratkaisuprosenttien vaihteluväli on huomattava (keskihajonta 15,04) eli luokanopettajaopiskelijat ovat hyvin heterogeeninen ryhmä matematiikan taitojen osalta (vrt. myös Leppäaho ym. 2012; Hihnala & Leppäaho 2011). Kuviossa 5 näkyy vuosikurssien 2011 ja 2012 matematiikan taitotestiin osallistuneiden opiskelijoiden osaaminen testissä: prosenttiluvut kertovat, kuinka monta prosenttia koko testistä oli oikein. Tyypillisin arvo eli moodi aineistossa on 97,14 prosenttia keskiarvon ollessa 81,05 prosenttia ja mediaanin 85,71 prosenttia. Matematiikan uskomuskyselyn tehneistä 113 opiskelijasta neljän osalta puuttuivat taitotestitulokset kokonaan eli taitotestiin osallistui 109 opiskelijaa. 75 prosenttia opiskelijoista sai yli 70 prosenttia testistä oikein ja 14 prosenttia opiskelijoista sai alle 60 prosenttia oikein. Alle puolet oikein testistä sai 4 opiskelijaa huonoimman suorituksen ollessa 40 prosenttia testistä oikein.





KUVIO 5. Pylväsdiagrammi vuosikurssien 2011 ja 2012 matematiikan taitotestin tuloksista (N=109).

Olen lisännyt Tampereen yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden vuosikurssin 2012 testitehtävien ratkaisuprosentit ja -ajat Leppäahon ym. (2012) julkaisemaan taulukkoon (katso liite 5). Lukukäsitteen ja peruslaskutoimitusten osalta Tampereen vuosikurssit 2011 ja 2012 ovat saaneet hyvin samansuuntaiset tulokset. Rationaalilukujen osalta vuosikurssi 2012 on pärjännyt paremmin kuin vuosikurssi 2011 ja verrannollisuuden osalta taas huonommin kuin vuosikurssi 2011. Aikaa vuosikurssi 2012 ei käyttänyt testiin keskimääräisesti kuin vajaat kymmenen minuuttia enemmän kuin vuosikurssi 2011. Leppäaho ym. (2012) analysoivat alkuperäistä tulostaulukkoa, jossa ovat mukana myös Helsingin, Turun ja Jyväskylän tulokset, artikkelissaan sivuilla 9 ja 10.

Huomionarvoista on todeta, että sähköisen taitotestin kanssa oli jonkin verran teknisiä ongelmia. Muutaman opiskelijan osalta ohjelma kaatui kesken kaiken ja opiskelijat raportoivat myös jumittumisista. Elektroninen ohjelma tarjoaa tutkijalle helposti työstettävää numeerista dataa, mutta perinteinen paperilla ja kynällä tehtävä testi olisi taitojen mittaamisen suhteen luotettavampi tapa, sillä siinä tuloksiin eivät vaikuttaisi tekniset ongelmat tai testattavien tekniset taidot ja

epävarmuudet. Todettakoon tässä myös, että minulla ei ollut mahdollisuutta tutkia aineistosta yksittäisen opiskelijan yksittäisiä tehtäviä ja niihin liittyviä vastauksia. Aineistossani näin vain ratkaistujen tehtävien määrän ja ratkaisuun käytetyn ajan kullakin neljällä osa-alueella. Jotta taitotestistä saisi mahdollisimman paljon irti esimerkiksi opintojen ja opetuksen suunnittelua varten, pitäisi päästä tutkimaan myös yksittäisiä tehtäviä, joissa opiskelijoilla on ollut eniten vaikeuksia. Äärimmäisen arvokasta tietoa saisi myös opiskelijoiden tekemistä laskuihin liittyvistä välivaiheista ja muista muistiinpanoista, joiden tekeminen oli sallittua ja jopa toivottavaa.

#### 5.4.2 Opiskelijoiden kommentteja taitotestiin liittyen

Opiskelijoilta kysyttiin mielipiteitä taitotestistä testin jälkeen. Opiskelijat saivat vastata omin sanoin kysymykseen ”Mitä mieltä olit testistä?”. Heitä pyydettiin pohtimaan, mikä oli positiivista ja mikä negatiivista testissä. Lisäksi heitä pyydettiin kirjaamaan ylös, mitä he mielestään oppivat testistä ja miten he kehittäisivät testiä.

Mielipiteen taitotestistä kirjasi 103 opiskelijaa, kun itse testin teki 109 opiskelijaa. Testi koettiin pääasiassa toimivaksi ja hyväksi. Vastauksista löytyy mainintoja, kuten ”testi oli mielenkiintoinen, tarpeellinen tai kattava” ja ”testi palautti mieleen asioita”. Enemmistö oli sitä mieltä, että testi auttaa näkemään kohdat, joissa itsellä olisi kertaamisen tarvetta. Jopa joka neljännen opiskelijan vastauksessa oli maininta, että järjestelmässä oli kankeutta tai ohjelma ei toiminut kunnolla. Muutaman opiskelijan kohdalla oli tapahtunut jo tehtyjen laskujen vastausten häviämisiä tai järjestelmän jumittumista. Muutama oli ruvennut arvailemaan. Testi tuntui hyvin vaikealta kolmen opiskelijan mielestä. Testin kehittämisideat liittyivät pääasiassa teknisen kömpelyyden parantamiseen. Suttupaperi koettiin tärkeäksi apuvälineeksi ja moni kirjoitti, että päässälaskutaidot olivat ”kesäterässä”, koska lukiossa käytettiin niin paljon laskinta. Verrannollisuustehtävät, prosenttilaskut ja murtoluvut nostettiin aihealueiksi, joissa olisi kertaamisen tarvetta.

### 5.5 Matematiikan uskomuskyselyn tulokset

Matematiikkakuvaa koskeva tutkimusaineisto kerättiin Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutuksen matematiikan yliopistonlehtorin Jorma Joutsenlahden valmiilla väitejoukolla, jota hän on käyttänyt mm. väitöskirjassaan (Joutsenlahti 2005, 186). Tutkimuksen viisiportaiset Likert-asteikolliset väittämät oli kyselylomakkeessa ryhmitelty niin, että väittämät 2-10 muodostivat ensimmäisen ajatuksellisen kokonaisuuden, väittämät 1 ja 11-20 toisen

kokonaisuuden, väittämät 21-25 kolmannen kokonaisuuden ja väittämät 26-34 neljännen kokonaisuuden. Likert-asteikon arvo 1 merkitsee ”täysin eri mieltä”, arvo 2 ”jokseenkin eri mieltä”, 3 ”en osaa sanoa”, 4 ”jokseenkin samaa mieltä” ja arvo 5 ”täysin samaa mieltä”. Kaiken kaikkiaan matematiikkakuvaa koskevia väittämiä oli kyselylomakkeessa 34 kappaletta (katso liite 1).

Ensimmäiselle väittämäryhmälle annan Joutsenlahden (mt.) nimen ”Matematiikka tieteenä” ja toinen väittämäkokonaisuus saa otsakkeen ”Matematiikka ja minä”. Kolmannessa kokonaisuudessa korostuvat matematiikan kytkökset sukupuoleen ja sukupuolistereotypioihin, joten kokonaisuuden nimi on ”Matematiikka ja sukupuoli”. Viimeinen väiteryhmä liittyy matematiikan opetukseen ja matematiikan hyödyllisyyteen joten annan ryhmälle otsikon ”Matematiikan opetus ja hyödyllisyys”. Väittämäryhmät sijoittuvat Kaasilan ym. (2007) matematiikkakuvan uskomuskomponentteihin seuraavasti: Ensimmäinen ryhmä kuuluu uskomuskomponenttiin numero kaksi, toinen ryhmä uskomuskomponenttiin yksi, kolmas ryhmä uskomuskomponenttiin kolme ja neljäs ryhmä uskomuskomponenttiin kaksi.

### 5.5.1 Pääkomponenttianalyysi uskomuskyselymatriisille

Tein uskomuskyselyn vastausmatriisille pääkomponenttianalyysin, koska halusin nähdä, miten muuttujajoukon yhteisvaihtelu voitaisiin tiivistää uusiin, keskenään korreloimattomiin varianssikimppuihin eli pääkomponentteihin. Halusin siis pienentää Likert-asteikolla mitattujen muuttujien määrää ja samalla tiivistää muuttujien informaation muutamaaan keskeiseen pääkomponenttiin (katso esim. Metsämuuronen 2009, 649). Pääkomponenttien perusteella rakensin summamuuttujia, joita käytin mm. tiettyjen taustamuuttujien ja uskomuskyselyn tulosten yhteyksien tutkimiseen koko testijoukossa sekä matematiikan taitotestin ja uskomuskyselyn tulosten yhteyksien selvittämiseen vuosikurssin 2012 osalta. Pääkomponenttianalyysissä halusin selvittää, miten moneen itsenäiseen vaihtelukomponenttiin muuttujajoukon kokonaisvaihtelu tiivistyy.

Ensimmäinen toimenpide ennen analyysin tekoa oli neljän uskomuskyselyväittämän vastausten pisteytyksen kääntäminen päinvastaiseksi, sillä väittämät on kyselyssä esitetty kielteisessä muodossa (väittämät 10, 15, 17 ja 19). *KMO*- ja *Bartlettin* testin mukaan muuttujat korreloivat keskenään eli pääkomponenttianalyysi oli tehtävissä. *KMO*-testin arvo oli 0.781 ja *Bartlettin* sfäärisyystesti oli tilastollisesti merkitsevä (Sig. .000). Kaikkien muuttujien kommunaliteetit olivat suurempia kuin 0.30, joten liian pienen kommunaliteetin tähden en joutunut poistamaan analyysistä yhtään muuttujaa. Kun valitsin sellaiset pääkomponentit, joiden ominaisarvo (*Eigenvalues*) oli yli 1, niitä saatiin yhteensä 6. Rajoitin pääkomponenttien määrän

tämän perusteella kuuten. Kokonaisselityssaste, kun analyysissä oli kuusi pääkomponenttia, oli 57,7 prosenttia eli varsin hyvällä tasolla. Pääkomponenttianalyysissä komponentit ovat keskenään korreloimattomia, joten rotaatiomenetelmäksi valitsin analyysissä suorakulmaisiin menetelmiin kuuluvan *Varimax*-rotaation. (kts. esim. Jokivuori & Hietala 2007, 89-111)

Analyysin tärkein informaatio löytyi *Rotated Component Matrix* -tulosteesta, josta näin muuttujien lataukset, joiden perusteella sijoitin yksittäiset muuttujat tiettyyn komponenttiin. Alle 0.30 suuruiset lataukset pakotin analyysin yhteydessä jäämään pois tulosteesta. Valitsin myös *Sorted by size* analyysin yhteydessä eli tulosteessa lataukset esitettiin suuruusjärjestyksessä suurimmasta pienimpään. Yhteenvetotaulukko löytyy liiteosiosta (liite 3).

Valitsin muuttujat kuuteen pääkomponenttiin muuttujien saamien latausten perusteella. Rajana käytin 0.5:ttä. Seuraavaksi listaan kuusi pääkomponenttia ominaisarvojen mukaisessa suuruusjärjestyksessä sekä kullekin komponentille latautuvat muuttujat. Olen nimennyt komponentit niiden sisältämien muuttujien perusteella. Olen siis tulkinnut komponenttien sisältöä ja antanut komponenteille nimet sisällön perusteella. Pääkomponenttianalyysin tuloksena saadut kuusi pääkomponenttia ja niiden sisältö näkyvät taulukossa 4.

TAULUKKO 4. Pääkomponenttianalyysin tuloksena saadut kuusi pääkomponenttia ja niiden sisältämät väittämät.

Komponentti 1 (F1): Matematiikan opetuksen oppilaskeskeisyys ja käytännönläheisyys	V34. Oppilaita pitää kannustaa esittämään matematiikan tehtävien ratkaisuja monipuolisesti symbolikielellä, äidinkielellä ja piirtämällä.
	V27. Opetuksessa pitäisi kiinnittää entistä enemmän huomiota käytännön sovelluksiin.
	V13. Minusta tuntui hyvältä, kun itse ratkaisin matematiikan tehtävän.
	V30. Matematiikan opetusta pitäisi integroida enemmän muihin oppiaineisiin.
	V26. Jokainen pystyy oppimaan matematiikkaa, jos opetusmenetelmiin kiinnitetäisiin riittävästi huomiota.
	V5. Kyky arvioida on tärkeä matemaattinen taito.
	V31. Matematiikan opetus on liian oppikirjasidonnaista.
	V8. Yritystä ja erehdystä voidaan käyttää matematiikan tehtävien ratkaisemisessa.
Komponentti 2 (F2): Minä ja matematiikan osaaminen	V15. Minä en ole kovin hyvä matematiikassa (pisteytys käännetty).
	V1. Olen mielestäni ollut aina hyvä matematiikassa.
	V14. Ymmärsin yleensä sen, mitä koulun matematiikan tunneilla käsiteltiin.
	V18. Matematiikka oli koulussa minulle vaikeampaa kuin useimmille muille.
	V19. Koulussa minusta tuntui, että vaikka kuinka yrittäisin, en siitä huolimatta menesty matematiikassa (pisteytys käännetty).
	V16. Halusin auttaa koulussa muita matematiikan tehtävissä.
Komponentti 3 (F3): Pojat parempia matematiikassa	V24. Tytöt menestyvät matematiikassa heikommin kuin pojat.
	V22. Pojilla on enemmän luontaisia lahjoja matematiikkaan kuin tytöillä.
	V25. Pojat ovat kiinnostuneempia matemaattisista ongelmista kuin tytöt.
	V21. Miehistä tulee parempia tiedemiehiä ja insinöörejä kuin naisista.
	V23. Pojat tarvitsevat enemmän matematiikkaa kuin tytöt.
Komponentti 4 (F4): Matematiikan opiskeluun sitoutuminen	V17. En käyttänyt koulussa kovin paljon aikaani matematiikan opiskelemiseen (pisteytys käännetty).
	V20. Koulussa olin valmis työskentelemään pitkänkin aikaa ymmärtääkseni uuden asian matematiikassa.
	V12. Toivon saavani opiskella enemmän matematiikkaa koulussa.
	V11. Koulussa halusin todella menestyä matematiikassa.
Komponentti 5 (F5): Matematiikassa on tilaa luovuudelle	V3. Matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa on vain vähän sijaa omaperäisille ajatuksille.
	V2. Matematiikka on hyvä ala luovalle ihmiselle.
Komponentti 6 (F6): Matematiikka muuttuvana systeeminä	V9. Matematiikassa on aina olemassa sääntö, jota voi soveltaa tehtävän ratkaisemisessa.
	V10. Matematiikassa ei ole tehty uusia oivalluksia pitkään aikaan (pisteytys käännetty).

Ensimmäiseen komponenttiin latautuvat muuttujat kuvaavat pääasiassa matematiikan oppimiseen ja opettamiseen liittyviä piirteitä. Niissä painottuu oppimistilanteiden käytännölläisyyden ja oppilaskeskeisyyden tarve. Tämä komponentti heijastelee Kaasilan ym. (2007) matematiikkakuvan toista uskomuskomponenttia (katso 3.2.2).

Toiseen komponenttiin latautuvat muuttujat ovat kaikki ”minä-väitteitä”. Väitteissä pohditaan omia matematiikan taitoja ja omaa matematiikan osaamista. Tämä komponentti kuvaa opiskelijan piirteitä, jotka ovat matematiikkakuvan ensimmäisessä uskomuskomponentissa. Tästä pääkomponentista muodostettu summamuuttuja kiinnostaa minua ja erityisesti kyseisen summamuuttujan yhteydet matematiikan taitotestissä menestymisen kanssa.

Kolmas komponentti sisältää sukupuolistereotypioita liittyen matematiikan osaamiseen ja matematiikan hyödyllisyyteen. Väittämät painottavat matematiikan ja poikien välistä suhdetta, joten komponentin nimessä näkyy sama painotus. Tämä komponentti heijastelee matematiikkakuvan kolmatta uskomuskomponenttia.

Neljänteen komponenttiin latautuvat muuttujat ovat kaikki ”minä-väitteitä” (vrt. toinen komponentti yllä). Väitteissä korostuu oma motivaatio ja sitoutuminen matematiikan opiskeluun. Tämä komponentti kuvaa opiskelijan piirteitä, jotka liittyvät matematiikkakuvan ensimmäiseen uskomuskomponenttiin.

Viidennessä komponentissa olevat väitteet kuvaavat matematiikkaa luovuuden kenttänä ja kuudes komponentti matematiikan avoimuutta ja kehittymistä. Molemmat heijastavat matematiikkakuvan toisen uskomuskomponentin piirteitä.

TAULUKKO 5. Matematiikan uskomuskyselyn pääkomponenttien sijoittuminen Kaasilan ym. (2007) matematiikkakuvan uskomuskomponentteihin.

Kaasilan ym. (2007) matematiikkakuvan uskomuskomponentti	Pääkomponenttianalyysin kautta saatu pääkomponentti
1)Uskomukset itsestä matematiikan oppijana ja opettajana	F2, F4
2)Uskomukset matematiikasta, sen oppimisesta ja opettamisesta	F1, F5, F6
3)Uskomukset sosiaalisesta kontekstista, jossa oppiminen ja opettaminen tapahtuu	F3

### 5.5.2 Summamuuttujien laskeminen pääkomponenttien perusteella

Muodostamalla edellä suoritetun pääkomponenttianalyysin pääkomponenteista keskiarvosummamuuttujia halusin parantaa tutkimukseni ja ennen kaikkea sen mittareiden luotettavuutta eli reliabiliteettia. Tutkimuksessani pääkomponenttianalyysin antama latausmatriisi toimi vihjeenä sille, miten ja mistä muuttujista summamuuttujat kannatti rakentaa. Summamuuttujamittareiden homogeenisuus eli sisäinen yhdenmukaisuus tarkistettiin reliabiliteettitestauksella (*Cronbachin alfa*). Reliabiliteettitestausta varten etsin negatiiviset lataukset pääkomponenttianalyysin tulomatriisista ja käänsin negatiivisen latauksen saaneiden muuttujien asteikon päinvastaiseksi. (kts. esim. Jokivuori & Hietala 2007, 89-111; Metsämuuronen 2009, 544-552)

Aloitin reliabiliteetin eli mittauksen ei-sattumanvaraisuuden määrittämisen ensimmäisen summamuuttujan osalta, johon kuuluvat väitteet 5, 8, 13, 26, 27, 30, 31 ja 34 (katso LIITE 4. summamuuttujien reliabiliteettitulosteista). Aiemmin nimesin kyseisen pääkomponentin ”Matematiikan opetuksen oppilaskeskeisyys ja käytännönläheisyys”. *Cronbachin alfan* arvo kyseiselle summamuuttujalle on .890 eli varsin hyvä (oltava selvästi yli .50). Muuttujajoukon sisäinen yhtenäisyys on hyvä. *Alpha if Item Deleted* –sarake kertoo, että reliabiliteetin arvo olisi

parantunut hiukan, jos väite 31 olisi poistettu summamuuttujasta. Arvo olisi parantunut vain .004 verran eli jätin muuttujan osaksi summamuuttujaa. Ensimmäinen summamuuttuja oli valmis.

Toisen summamuuttujan nimesin aiemmin ”Minä ja matematiikan osaaminen”. Summamuuttujaan kuuluvat väitteet 1, 14, 15, 16, 18 ja 19. *Cronbachin alfan* arvo kyseiselle summamuuttujalle on .900 ja arvo olisi parantunut .016 verran, jos väite 16 olisi poistettu summamuuttujasta. Poistin väitteen 16, koska se ei suoranaisesti edes kuulunut määritelmän ”Minä ja matematiikan osaaminen” alle. *Cronbachin alfan* arvoksi toiselle summamuuttujalle tuli näin ollen .916.

Kolmas summamuuttuja on nimeltään ”Pojat parempia matematiikassa”. Summamuuttujaan kuuluvat pääkomponenttianalyysin mukaan väitteet 21, 22, 23, 24 ja 25. *Cronbachin alfa* on .882 eikä mitään väitteistä kannattanut poistaa summamuuttujasta. Väitteen 25 poisto olisi parantanut *Cronbachin alfan* arvoa vain .004 verran, mutta väitteen poisto ei mielestäni ollut perusteltu.

Neljäs summamuuttuja on nimeltään ”Matematiikan opiskeluun sitoutuminen”. Siihen kuuluvat väitteet 11, 12, 17 ja 20. *Cronbachin alfa* on .758 eikä reliabiliteetti olisi parantunut poistamalla jokin muuttujista. Viides summamuuttuja on nimeltään ”Matematiikassa on tilaa luovuudelle” ja kuudes ”Matematiikka muuttuvana systeeminä”. *Cronbachin alfa* viidennelle summamuuttujalle on .659 ja kuudennelle .221. Kahta viimeistä summamuuttujaa en aio ottaa käyttöön jatkossa, sillä niissä kummassakin on vain kaksi muuttujaa ja *Cronbachin alfan* arvo, varsinkin kuudennen summamuuttujan osalta, on liian pieni. Näin ollen keskiarvosummamuuttujia saatiin yhteensä neljä kappaletta. Pääkomponentit F5 ja F6 jäävät jatkotarkastelun ulkopuolelle.

### 5.5.3 Vastausten keskiarvot ja vastaajien luokittelu

Summamuuttujien avulla laskin vastausten keskiarvot kunkin pääkomponentin sisällä sekä luokittelin uskomuskyselyn vastaajat kolmeen eri ryhmään kussakin neljässä pääkomponentissa. Luokittelussa käytin apuna Likert-asteikkoon perustuvia vaihteluvälejä 1-2,49; 2,50-3,49 ja 3,50-5. Ensimmäisen vaihteluvälin määrittelemän luokan nimeksi annoin F1:n osalta ”Oppilaskeskeisyys ei painotu”, F2:n osalta ”Heikko usko omiin taitoihin”, F3:n osalta ”Pojat eivät ole parempia” ja F4:n osalta ”Vähän motivaatiota”. Toisen vaihteluvälin luokan nimi kaikkien pääkomponenttien osalta on ”En osaa sanoa”. Kolmannen luokan nimesin seuraavasti: F1 ”Oppilaskeskeisyys painottuu”, F2 ”Vahva usko omiin taitoihin”, F3 ”Pojat ovat parempia” ja F4 ”Paljon motivaatiota”. Tutkin erikseen koko testijoukon, pelkkien miesten, pelkkien naisten, pitkän matematiikan kirjoittaneiden, lyhyen matematiikan kirjoittaneiden ja matematiikan kirjoittamatta jättäneiden prosentuaalisia



osuuksia kunkin pääkomponentin eri luokissa. Uskomuskyselyn vastausten keskiarvot kunkin pääkomponentin osalta näkyvät taulukossa 6. Yksilöiden välinen vaihtelu on suurinta pääkomponentissa F3 ja pienintä pääkomponentissa F1. Tutkimusjoukko on siis eniten yhtä mieltä matematiikan opetuksen oppilaskeskeisyyden ja käytännönläheisyyden positiivisesta voimasta opetuksessa ja vähiten yhtä mieltä poikien paremmuudesta matematiikan taidoissa.

TAULUKKO 6. Matematiikan uskomuskyselyn keskiarvot neljän pääkomponentin osalta (N=113).

Pääkomponentti	Pääkomponentin nimi	Vastausten keskiarvo	Keskihajonta
F1	Matematiikan opetuksen oppilaskeskeisyys ja käytännönläheisyys	4,07	0,609
F2	Minä ja matematiikan osaaminen	3,67	0,945
F3	Pojat parempia matematiikassa	2,24	0,963
F4	Matematiikan opiskeluun sitoutuminen	3,22	0,853

Mann-Whitneyn U-testin mukaan sukupuolten välillä ei ole tilastollisesti merkitsevää eroa missään neljässä summamuuttujassa (F1 U-testi:  $p=0,380$ , F2 U-testi:  $p=0,064$ , F3 U-testi:  $p=0,212$ , F4 U-testi:  $p=0,383$ ), vaikka tutkimusjoukossani miehet uskovat enemmän itseensä matematiikan taitajina ja ovat enemmän samaa mieltä väitteen ”pojat ovat parempia matematiikassa” kanssa kuin naiset. Sen sijaan U-testin mukaan tilastollisesti merkitsevä ero on pitkän matematiikan kirjoittajien ja lyhyen matematiikan kirjoittajien välillä matematiikkakykyihin uskomisen sekä matematiikan opiskeluun liittyvän motivaation osalta (F4 U-testi:  $p=0,000$ ). U-testin p-arvo F3:n osalta verrattaessa lyhyen ja pitkän matematiikan kirjoittaneita on 0,059 eli hyvin lähellä arvoa 0,05, jota voidaan pitää rajana ryhmien välisen tilastollisesti merkitsevän eron osoittamisessa. Lyhyen matematiikan kirjoittaneiden joukossa usko poikien paremmuuteen matematiikassa on vahvempaa kuin pitkän matematiikan kirjoittaneiden joukossa. Pitkän matematiikan kirjoittaneiden joukosta 72 prosenttia on sitä mieltä, että pojat eivät ole parempia matematiikassa kuin tytöt, kun taas 54,5 prosenttia lyhyen matematiikan kirjoittaneista on tätä mieltä. Se, että opiskelija on kirjoittanut

pitkän matematiikan yo-kokeessa näyttää korreloivan matemaattisen itseluottamuksen ja motivaation kanssa. Tutkin vielä erikseen väittämän 19 (”Koulussa minusta tuntui, että vaikka kuinka yrittäisin, en siitä huolimatta menesty matematiikassa”) vastauksia. Vuosikurssin 2011 joukossa 11 opiskelijaa (8 naista ja 3 miestä) oli joko jokseenkin tai täysin samaa mieltä kyseisen väittämän kanssa (20 prosenttia vastaajista) ja vuosikurssin 2012 joukossa vastaava luku oli 5 opiskelijaa (9 prosenttia vastaajista, kaikki naisia). Kaksi vuosikurssin 2011 naista oli samaa mieltä väitteen kanssa, vaikka taitotestin tulos heidän osaltaan oli yli 90 prosenttia testistä oikein. Vuosikurssilta 2012 löytyi myös kaksi naista, joiden taitotesti meni erittäin hyvin (88,57 prosenttia oikein), mutta he olivat valinneet väittämään 19 Likert-arvon 4. Alle 70 prosenttia taitotestissä saaneita väitteen 19 kanssa samaa mieltä olevista oli vuosikurssilla 2011 5 henkilöä ja vuosikurssilla 2012 2 henkilöä. Huomaamme siis, että jopa yli puolet väittämän 19 kanssa samaa mieltä olleista menestyi kohtuullisesti tai hyvin matematiikan taitotestissä (8 naista ja yksi mies).

Miesten lukumäärä tutkimusjoukossa on pieni ja tämä varmasti ainakin osaltaan vaikuttaa siihen, että tilastollisesti merkitsevää eroa minkään summamuuttujan osalta ei sukupuolten välille synny. Mielestäni huomionarvoinen seikka kuitenkin on, että tutkimusjoukossa pitkän matematiikan kirjoittaneista vain kolmella on negatiivinen matematiikkakuva, mutta nämä kaikki kolme opiskelijaa ovat naisia. Lyhyen matematiikan kirjoittaneista negatiivisen matematiikkakuvan ilmaisseista opiskelijoista yhdeksän on naisia ja vain yksi mies. Samoin matematiikan kirjoittamatta jättäneiden negatiivisen kannan ilmaisseiden joukossa ovat naiset enemmistössä: 3 naista ja 1 mies kuuluu tähän joukkoon. Miehiä tutkimusjoukossa on vähän, mutta tämä pieni miesjoukko näyttäisi uskovan omiin matematiikan taitoihinsa enemmän kuin naiset. 81,8 prosenttia miehistä sijoittuu F4:n luokkaan ”vahva usko omiin taitoihin”, kun sama luku naisille on 59,3 prosenttia. Luvut ovat korkeita verrattuna esimerkiksi Hannulan, Kaasilan, Laineen & Pehkosen (2005, 93-95) tutkimuksen tulokseen, jonka mukaan 43 prosentilla opiskelijoista oli opintojen alkuvaiheessa positiivinen matematiikkakuva. Pitkän matematiikan kirjoittaneiden osuus tämän pro gradu – tutkimuksen tutkimusjoukossa on suuri. Tämä selittää ainakin osaltaan vahvaa uskoa omiin matematiikan taitoihin tutkimukseni tutkimusjoukossa.

TAULUKKO 7. Opiskelijoiden (N=113) jakautuminen kolmeen luokkaan kunkin pääkomponentin osalta uskomuskyselyvastausten perusteella. Jakautumista on tarkasteltu erikseen miesten ja naisten joukossa, pitkän ja lyhyen matematiikan kirjoittaneiden joukossa sekä matematiikan kirjoittamatta jättäneiden joukossa.

F1	Oppilaskeskeisyys ei painotu (1-2,49)	En osaa sanoa (2,5-3,49)	Oppilaskeskeisyys painottuu (3,5-5)
Kaikki	(N=6) 5,3%	(N=0) 0%	(N=107) 94,7%
Miehet	(N=2) 9,1%	(N=0) 0%	(N=20) 90,9%
Naiset	(N=4) 4,4%	(N=0) 0%	(N=87) 95,6%
Pitkä matem. (yo-koe)	(N=2) 4,0%	(N=0) 0%	(N=48) 96,0%
Lyhyt matem. (yo-koe)	(N=4) 7,3%	(N=0) 0%	(N=51) 92,7%
Ei matem. (yo-koe)	(N=0)	(N=0) 0%	(N=8) 100,0%

F2	Heikko usko omiin taitoihin (1-2,49)	En osaa sanoa (2,5-3,49)	Vahva usko omiin taitoihin (3,5-5)
Kaikki	(N=17) 15,0%	(N=24) 21,2%	(N=72) 63,7%
Miehet	(N=2) 9,1%	(N=2) 9,1%	(N=18) 81,8%
Naiset	(N=15) 16,5%	(N=22) 24,2%	(N=54) 59,3%
Pitkä matem. (yo-koe)	(N=3) 6,0%	(N=5) 10,0%	(N=42) 84,0%
Lyhyt matem. (yo-koe)	(N=10) 18,2%	(N=17) 30,9%	(N=28) 50,9%
Ei matem. (yo-koe)	(N=4) 50,0%	(N=2) 25,0%	(N=2) 25,0%

F3	Pojat eivät ole parempia (1-2,49)	En osaa sanoa (2,5-3,49)	Pojat ovat parempia (3,5-5)
Kaikki	(N=72) 63,7%	(N=31) 27,4%	(N=10) 8,8%
Miehet	(N=12) 54,5%	(N=6) 27,3%	(N=4) 18,2%
Naiset	(N=60) 65,9%	(N=25) 27,5%	(N=6) 6,6%
Pitkä matem. (yo-koe)	(N=36) 72,0%	(N=11) 22,0%	(N=3) 6,0%
Lyhyt matem. (yo-koe)	(N=30) 54,5%	(N=18) 32,7%	(N=7) 12,7%
Ei matem. (yo-koe)	(N=6) 75,0%	(N=2) 25,0%	(N=0) 0%

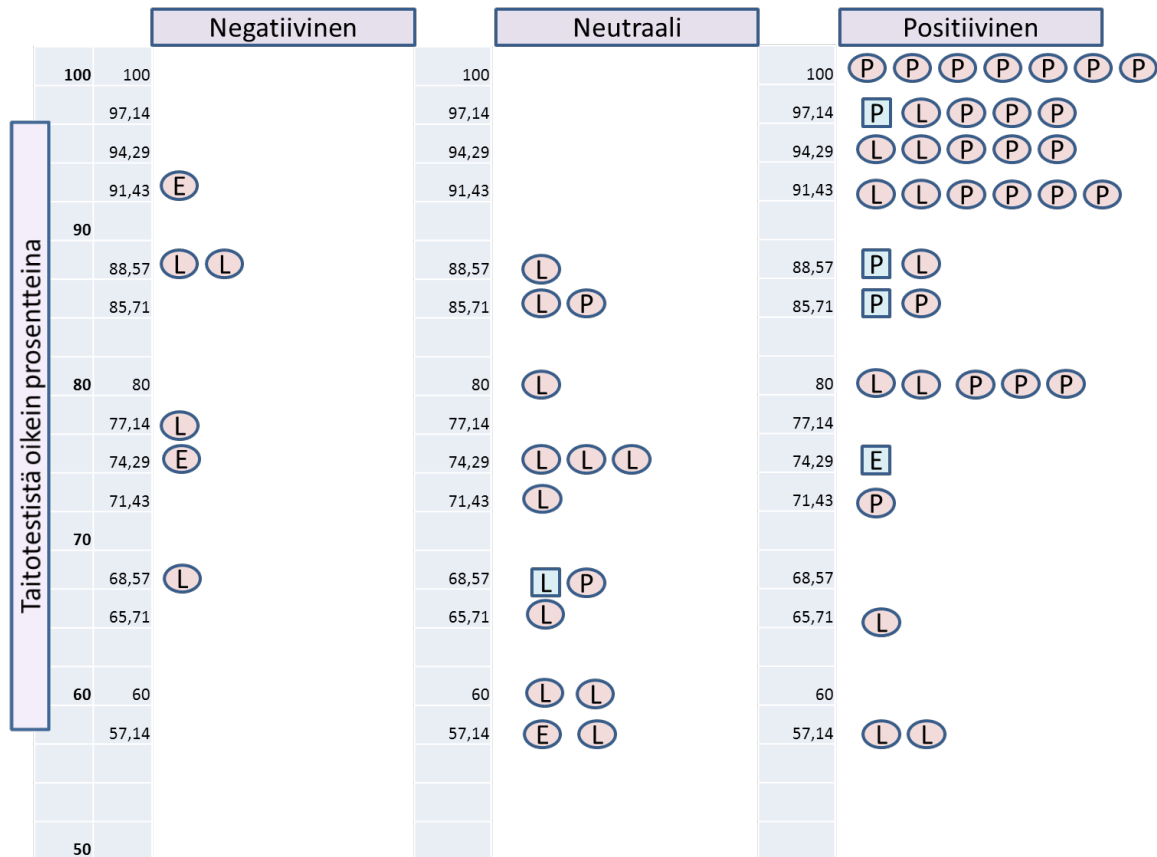
F4	Vähän motivaatiota (1- 2,49)	En osaa sanoa (2,5-3,49)	Paljon motivaatiota (3,5-5)
Kaikki	(N=19) 16,8%	(N=47) 41,6%	(N=47) 41,6%
Miehet	(N=4) 18,2%	(N=11) 50,0%	(N=7) 31,8%
Naiset	(N=15) 16,5%	(N=36) 39,6%	(N=40) 44,0%
Pitkä matem. (yo-koe)	(N=2) 4,0%	(N=18) 36,0%	(N=30) 60,0%
Lyhyt matem. (yo-koe)	(N=14) 25,5%	(N=25) 45,5%	(N=16) 29,1%
Ei matem. (yo-koe)	(N=3) 37,5%	(N=4) 50,0%	(N=1) 12,5%

## ***5.6 Taitotestin tulosten ja omiin matemaattisiin taitoihin uskomisen (F2) tulosten yhdistäminen vuosikurssin 2012 osalta***

Edellä nimesin toisen pääkomponentin (F2) ”Minä ja matematiikan osaaminen”, joka jakautuu kolmeen luokkaan seuraavasti: summamuuttujan arvot 1-2,49 kuvastavat heikkoa uskoa omiin matematiikan taitoihin, arvot 2,50-3,49 neutraalia suhtautumista ja arvot 3,50-5 vahvaa uskoa omiin matemaattisiin taitoihin. Opiskelijan käsitys itsestään matematiikan osaajana voi siis olla negatiivinen, neutraali tai positiivinen. Halusin tutkia vielä, kuinka opiskelijoiden oma näkemys itsestä matematiikan osaajana ja matematiikan taitotestin tulokset ovat yhteydessä toisiinsa. Tätä varten pystyin käyttämään vuosikurssin 2012 taitotestituloksia liitettyinä uskomuskyselyn tuloksiin. Vuosikurssin 2011 jouduin jättämään tämän osion ulkopuolelle, koska minulla oli taitotestitulosten ja uskomuskyselytulosten yhdistämiseen henkilötasolla erittäin vajavaiset mahdollisuudet anonymiteettisuojaan tähden.

Taulukossa 8 näkyy vuosikurssin 2012 osalta opiskelijan positiivisen matematiikkakuvan ja taitotestissä onnistumisen välinen korrelaatio. Spearmanin korrelaatiokerroin on 0,512, kun tarkastellaan muuttujien ”minä ja matemaattinen osaaminen” ja ”taitotestissä oikein” välistä yhteyttä. Muuttujien välillä on siis positiivinen riippuvuus eli kun toisen muuttujan arvot kasvavat, myös toisen arvot kasvavat. Sama tulos – positiivinen matematiikkakuva korreloi lähtötasoa testaavassa testissä onnistumisen kanssa ja negatiivinen kuva heikomman menestymisen kanssa – on saatu myös esimerkiksi Luokanopettajan matematiikka –projektin tutkimuksissa (Kaasila ym. 2007, 351-352). U-testin p-arvo on 0,000, kun tutkin lyhyen matematiikan kirjoittaneiden ja pitkän matematiikan kirjoittaneiden taitotestissä menestymistä. Toisin sanoen ryhmien välillä on tilastollisesti merkitsevä ero. Pitkän matematiikan kirjoittaneet menestyivät testissä paremmin kuin lyhyen matematiikan kirjoittaneet.

TAULUKKO 8. Matematiikan taitotestin tulokset ja omiin matematiikan taitoihin (F2) uskomisen ristiintaulukoituina kunkin opiskelijan (N=58, vuosikurssi 2012) osalta. Kuvasta näkyy myös kunkin opiskelijan sukupuoli ja yo-kirjoituksissa kirjoitetun matematiikan kurssin laajuus. Neljä opiskelijaa ei ole kirjoittanut matematiikkaa osana yo-koetta.



Merkkien selitykset:

- E Nainen, joka ei ole kirjoittanut matematiikkaa osana yo-koetta
- L Lyhyen matematiikan kirjoittanut nainen
- P Pitkän matematiikan kirjoittanut nainen
- E Mies, joka ei ole kirjoittanut matematiikkaa osana yo-koetta
- L Lyhyen matematiikan kirjoittanut mies
- P Pitkän matematiikan kirjoittanut mies

Testissä alle 70 prosenttia oikein saaneita opiskelijoita on 11 (N=58). Ongelmallisoin osa-alue tässä 11 opiskelijan joukossa oli verrannollisuuden osa-alue: kaksi opiskelijaa sai osa-alueesta 70 prosenttia oikein, kaikki muut yhdeksän alle 70 prosenttia oikein. Seuraavaksi haastavimmat osa-alueet olivat peruslaskutoimitusten ja lukukäsitteen osa-alueet: molempien osalta neljä opiskelijaa sai 70 prosenttia tehtävistä oikein ja loppujen seitsemän opiskelijan tulokset jäivät alle 70 prosentin. Parhaiten opiskelijat suoriutuivat rationaalilukujen osa-alueesta: vain neljän opiskelijan oikein menneiden tehtävien määrä jäi alle 70 prosentin. Erittäin tärkeää olisi voida verifioida, että

kenelläkään näistä 11 opiskelijasta tulokseen eivät vaikuttaneet tekniset ongelmat tai opiskelijoiden osaamattomuus ohjelman käytössä. Tässä tutkimuksessa oletamme, että testin tulokset kuvastavat opiskelijoiden matemaattisen osaamisen tasoa, mutta on hyvä pitää mielessä, että alhaisiin ratkaisuprosentteihin voi olla myös muita selityksiä (katso opiskelijoiden kommentteja taitotestiin liittyen (5.4.2)).

Taulukon 8 mielenkiintoisimmat osat ovat mielestäni sarake, jossa näkyvät negatiivisen matematiikkakuvan vallassa olevat opiskelijat ja horisontaalinen alue, jossa ovat kaikki alle 70 prosenttia oikein saaneet opiskelijat. Jos matematiikkakuvaa ja matematiikan taitoja mittaavilla testeillä halutaan löytää opiskelijajoukosta lisätukea ja –harjoitusta kaipaavat opiskelijat, juuri nämä kaksi aluetta taulukossa 8 osoittavat vuosikurssin 2012 luokanopettajaopiskelijoiden joukosta ne, joille lisätuesta voisi olla hyötyä. Huomionarvoista mielestäni on se, että pelkällä taitotestillä löydetään 2/3 henkilöistä, jotka saattaisivat hyötyä lisätuesta. Tämä joukko saattaisi hyötyä siis substanssimielessä lisäharjoittelusta. Tämän lisäksi on joukko, jolla taitotesti meni vähintäänkin kohtuullisen hyvin, mutta usko omiin matematiikan taitoihin on vähäistä. Tämä joukko saattaisi hyötyä matematiikkakuvaa vahvistavista toimenpiteistä, kuten menneisyyden painolastien työstämisestä, henkilökohtaisesta ohjauksesta ym. Taulukon 8 avulla pystyn perustelemaan sekä substanssiosaamisen että itsetuntupuolen mittaamisen tärkeyden yhdessä; kolikon molempien puolien tunnistaminen on oleellista tulevaa opettajuutta silmällä pitäen.

Kun tutkitaan kuviota 5 ja taulukkoa 8 rinnakkain, huomataan, että vuosikurssilta 2012 7 opiskelijaa sai taitotestistä kaikki oikein, kun vuosikurssin 2011 osalta ainoastaan yksi opiskelija ylsi täysiin pisteisiin. Vuosikurssin 2012 osalta heikoin tulos oli 57,14 prosenttia oikein, kun vuosikurssin 2011 opiskelijoista 5 sai testistä oikein jotakin väliltä 40 prosenttia – 54,29 prosenttia. Näyttäisi, että taitotestin tulosten hajonta vuosikurssilla 2011 on suurempaa kuin vuosikurssilla 2012.

## 6. POHDINTAA

On tullut aika sitoa tämän tutkimuksen langat yhteen. Tämä kvantitatiivinen tutkimus toteutettiin vuonna 2011 ja 2012 aloittaneiden Tampereen yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden joukossa. Tutkimuksella haettiin vastauksia kysymyksiin ”Minkälainen peruskoulumatematiikan osaaminen on tutkimusjoukossa opintojen alussa?” ja ”Minkälaisia ovat tutkimusjoukon opiskelijoiden uskomukset matematiikasta opintojen alussa?”

Lukija johdateltiin tutkimuksen aihepiiriin tarjoamalla katsaus aiempiin – ennen kaikkea kotimaisiin – tutkimuksiin, jotka liittyvät luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan taitoihin ja matematiikkakuvaan. Aiemmistä tutkimuksista Leppäahon ym. (2012) tutkimus tarjosi minulle työkalun, elektronisen taitotestin Netti-Moppi –ympäristössä, matematiikan substanssiaosaamisen mittaamiseen ja Joutsenlahden (2005) väitöskirja valmiiksi testatun väitejoukon matematiikkakuvan sähköiseen kyselyyn. Edellä mainitut tutkimukset toimivat innoittajina ja motivoijina oman tutkimukseni alusta loppuun. Tämän tutkimuksen teoreettisen viitekehyksen keskiössä ovat Kilpatrickin ym. (2001) matemaattisen osaamisen piirteet ja Kaasilan ym. (2007) matematiikkakuvan uskomuskomponentit.

Matematiikan taitoja mittaava testistö mittasi pääasiassa opiskelijoiden mekaanista laskutaitoa. Jossain määrin tarvittiin myös strategista kompetenssia ongelmanratkaisun muodossa. Näen mukautuvan päättelyn piirteen puuttumisen elektronisesta taitotestistä tutkimuksen yhtenä rajoituksena. Testi nykyisessä muodossaan tarjoaa tutkijalle helposti työstettävää numeerista dataa, mutta opiskelijoiden ajatuskulku ja esimerkiksi valittujen ratkaisuiden perusteleminen ja pohdinta jäävät puuttumaan tuloksista. Testiä voidaan mielestäni pitää pitkälti behavioristista oppimiskäsitystä tukevana ärsyke-reaktio –drillauksena. Mielestäni mukaan testiin pitäisi ottaa konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaisesti mukautuvan päättelyn elementtejä, niin että prosessinäkökulma saataisiin testituloksiin mukaan. Myös elektronisen testin toiminnallinen epävakaus ja tekniset ongelmat – lähes 25 prosenttia taitotestin tehneistä opiskelijoista antoi palautetta testin epävakaudesta, käytettävyys- ja toimintaongelmista – voidaan laskea tutkimuksen rajoituksiin. Suhteellisen pieni tutkimusjoukko ja miesten pieni osuus joukosta asettavat

tutkimukselle niinkään omat rajoituksensa. Tulosten yleistettävyyden suhteen olisin erittäin maltillinen.

Luokanopettajaopiskelijaprofiili, joka tutkimuksesta välittyy, perustuu kahden vuosikurssin opiskelijajoukkoon Tampereen yliopistossa. Tilastollisesti merkitseviä eroja ei eri sukupuolten välille neljässä summamuuttujassa löytynyt, mutta tähän saattaa vaikuttaa miesten pieni määrä tutkimusjoukossa. Miehet kuitenkin uskovat itseensä matematiikan taitajina enemmän kuin naiset ja miehet ovat enemmän samaa mieltä väitteen ”pojat ovat parempia matematiikassa kuin tytöt” kanssa kuin naiset. Osalla tutkimusjoukkoni naisista on nähtävissä suhteettoman heikkoa uskoa omaan matematiikan taitoihinsa. Sekä vuosikurssilta 2011 että vuosikurssilta 2012 löytyy kaksi naista, joiden taitotestitulokset on erinomainen, mutta silti he ovat samaa mieltä väitteen ”koulussa minusta tuntui, että vaikka kuinka yrittäisin, en siitä huolimatta menesty matematiikassa” kanssa. Miesten vahvempi usko omaan matemaattisiin taitoihinsa verrattuna naisiin on näkynyt myös aikaisemmissa tutkimuksissa (esim. Joutsenlahti 2005; Kupari ym. 2004).

Mann-Whitneyn U-testin mukaan tilastollisesti merkitsevä ero löytyi lyhyen ja pitkän matematiikan kirjoittaneiden välillä seuraavissa ominaisuuksissa:

1) omaan matemaattisiin kykyihin uskominen

2) matematiikan opiskelumotivaatio

3) tasa-arvokäsitykset liittyen tyttöjen ja poikien matemaattiseen osaamiseen.

Opiskelijat, jotka ovat kirjoittaneet pitkän matematiikan ylioppilaskokeen, uskovat enemmän omaan matemaattisiin kykyihinsä ja ovat motivoituneempia opiskelemaan matematiikkaa kuin lyhyen matematiikan kirjoittaneet. Pitkän matematiikan kirjoittaneiden joukossa vain kolmella opiskelijalla on negatiivinen matematiikkakuva (kaikki kolme ovat naisia). Lyhyen matematiikan kirjoittaneet ovat enemmän yhtä mieltä väitteen ”pojat ovat parempia matematiikassa kuin tytöt” kanssa kuin pitkän matematiikan kirjoittaneet. Hannulan ym. (2005) tutkimuksessa 43 prosentilla opiskelijoista oli opintojen alkuvaiheessa positiivinen matematiikkakuva. Tässä pro gradu – tutkimuksessa vastaava luku on melkein 64 prosenttia.

Matematiikan taitotestissä menestymisessä on lyhyen ja pitkän matematiikan kirjoittaneiden opiskelijoiden välillä tilastollisesti merkitsevä ero. Tämän tuloksen sain, kun tutkin vuosikurssin 2012 taitotestituloksia. Matematiikan taitotestissä onnistuminen korreloi vahvasti pitkän matematiikan kirjoittamisen kanssa. Samoin omaan matematiikan taitoihin uskominen eli



positiivinen matematiikkakuva korreloi vahvasti matematiikan taitotestissä menestymisen kanssa vuosikurssin 2012 osalta. Tämä tulos on linjassa aikaisempien tutkimusten tulosten kanssa (esim. Kaasila ym. 2007). Kaasilan ym. (mt.) tutkimuksessa positiivinen matematiikkakuva korreloi lähtötasoa testaavassa testissä onnistumisen kanssa ja negatiivinen kuva heikomman menestymisen kanssa.

Tämä pro gradu –tutkimus vahvistaa aikaisempien tutkimusten tuloksia siis ainakin naisten heikomman matemaattisen itseluottamuksen suhteen verrattuna miesten käsityksiin omista matematiikan taidoistaan. Tuloksissa näkyy myös positiivisen ja negatiivisen matematiikkakuvan korrelointi matematiikan taitotestissä menestymisen kanssa. Kolmas tulos, joka vahvistaa aikaisempien tutkimusten tuloksia, liittyy luokanopettajaopiskelijoiden heterogeenisuuteen matematiikan taidoissa. Esimerkiksi Merenluoto ym. (2003) ja Leppäaho ym. (2012) ovat saaneet tutkimuksissaan saman tuloksen kuin minä oman tutkimusjoukkoni suhteen: luokanopettajaopiskelijat muodostavat heterogeenisen joukon matemaattisen osaamisen suhteen. Merenluodon ym. (2003) tutkimuksessa heikkojen osuus oli peräti 20 prosenttia tutkimukseen osallistuneista. Riippuen siitä, mihin heikosti menestyneiden raja vedetään, omassa tutkimuksessani liikutaan suurin piirtein samassa prosenttiosuudessa Merenluodon ym. (mt.) tuloksen kanssa. Alle 70 prosenttia oikein taitotestistä saaneita on tutkimusjoukossani 25 prosenttia ja alle 60 prosenttia oikein saaneita 14 prosenttia. Joka viides vuosikurssin 2011 opiskelijoista ja noin joka kymmenes vuosikurssin 2012 opiskelijoista on samaa mieltä väittämän ”koulussa minusta tuntui, että vaikka kuinka yrittäisin, en siitä huolimatta menesty matematiikassa” kanssa. Vuosikurssien 2011 ja 2012 opiskelijoiden joukossa on 8 opiskelijaa, jotka saivat taitotestistä täydet pisteet, mutta toisaalta joukossa on 4 opiskelijaa, jotka saivat testistä alle puolet oikein. Kun erot ovat näin suuria, taitotestaukselle ja lisätuelle olisi varmasti tarvetta luokanopettajakoulutuksessa. Yksi huomio tutkimuksessani liittyy siihen, että pelkän substanssiosaamisen kartoittaminen ei välttämättä riitä, jos halutaan löytää lisätukea tarvitsevat opiskelijat. Vuosikurssin 2012 osalta tutkimuksessani nähdään, että löytyy myös opiskelijoita, joiden matematiikan substanssiosaaminen on vahvaa, mutta omiin matemaattisiin taitoihin uskomisen heikkoa. Lisätukea pitäisi tarjota myös asenteiden muuttumisen edistämiseksi ja matemaattisen itsetunnon kohottamiseksi. Matematiikkaan liittyvät asenteet ja uskomukset siirtyvät helposti oppilaisiin ja negatiivinen asenneilmasto saattaa vaikuttaa jopa oppilaiden oppimistuloksiin koulun matematiikan tunneilla.

Tämän pro gradu –tutkimuksen tuloksista ainakin kaksi on erisuuntaisia aikaisempien tutkimustulosten suhteen. Tutkimusjoukossani pitkän matematiikan kirjoittaneiden osuus on huomattavan suuri ja tutkimusjoukon usko omiin matematiikan taitoihin on keskimääräisesti

korkeampaa kuin aikaisemmissa tutkimuksissa. Pitkän matematiikan kirjoittaneiden opiskelijoiden osuus tutkimusjoukossani on yli 40 prosenttia. Esimerkiksi Kaasilan (2000) Lapin yliopiston tutkimusjoukossa opiskelijanaisista 24 prosenttia ja miehistä 30 prosenttia oli suorittanut pitkän matematiikan kurssin lukiossa. Näyttäisi, että Tampereen yliopiston valintapisteiden laskusysteemi lisää pitkän matematiikan lukijoiden määrää koulutettavien joukossa. Varsinkin pitkän matematiikan kirjoittaneiden naisten joukossa Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutus näyttäisi olevan houkutteleva opintopolku. Voidaan myös spekuloida sillä, jatkaako pitkän matematiikan kirjoittaneiden opiskelijoiden määrä kasvuaan Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutettavien joukossa. Vuodesta 2011 pitkän matematiikan kirjoittaneiden osuus on kasvanut 23 opiskelijasta 27 opiskelijaan. Hakijamäärät kasvoivat reippaasti luokanopettajakoulutuksen siirtyessä Hämeenlinnasta Tampereelle. Näyttäisi siltä, että suurempi hakijajoukko tuottaa enemmän pitkän matematiikan kirjoittaneita opiskelijoita koulutusohjelmaan.

Tämän tutkimuksen tulokset selittyvät pitkälti pitkän matematiikan kirjoittaneiden suurella määrällä tutkimusjoukossa. Tämän tutkimuksen mukaan pitkän matematiikan kirjoittaneet opiskelijat edustavat substanssi- ja asennemielessä jonkinlaisia alakoulun matematiikan opettajajoukon ideaaleja, sillä heillä näyttäisi olevan vahvat perusmatematiikan taidot ja enemmistöllä usko omiin matematiikan taitoihin on vahvaa. Asiat eivät kuitenkaan yleensä ole täysin mustavalkoisia. Tässä kohtaa voidaan kysyä esimerkiksi, olisiko ”vaikeimman kautta kulkeneen” opettajan helpompi kohdata matematiikan tunnilla alisuoriutujat, epämotivoituneet tai vähemmän lahjakkaat oppilaat. Vuosikurssin 2011 opiskelijoista joka viidennellä on omien sanojensa mukaan ollut huomattavia ongelmia matematiikan kanssa koulussa. Voidaan myös kysyä, kuinka laadukasta matematiikan opetusta kyseinen joukko pystyy tarjoamaan jatkossa ja kuinka paljon kertaus- ja tukitoimet parantaisivat heidän asemiaan toimia matematiikan opettajina?

Tampereen yliopiston luokanopettajakoulutus näyttää siis saaneen opiskelijoikseen vuosina 2011 ja 2012 huomattavan suuren määrän pitkän matematiikan kirjoittaneita opiskelijoita. Tähän aiheeseen olisi hyvä perehtyä vielä lisää ja tehdä kattava kartoitus eri luokanopettajakoulutuksen yksiköiden lyhyen ja pitkän matematiikan kirjoittaneiden opiskelijoiden määristä eri vuosina. Onko Tampereen yliopiston vuosien 2011 ja 2012 tilanne tilastollinen oikku vai pysyykö pitkän matematiikan lukijoiden määrä yhtä korkealla myös jatkossa? Kuinka paljon tilanteeseen on vaikuttanut se tosiasia, että suuri osa luokanopettajakoulutuksen paikoista on mennyt kolme- tai nelikymppisille uudelleen koulutautujille? Millaisia ovat lyhyen ja pitkän matematiikan kirjoittaneiden opiskelijoiden kokemukset ja onnistumisen sekä epäonnistumisen tunteet matematiikan opettamisen suhteen, kun he ovat toimineet työelämässä joitakin vuosia?

Vuosina 2011 ja 2012 suhteellisen suuri osa aloittaneista luokanopettajaopiskelijoista oli sellaisia, joilla oli jo jokin tutkinto tai aikaisempi ammatti. Tilanne tulee muuttumaan, sillä haku korkeakouluihin halutaan uudistaa siten, että vuonna 2015 kaikki yhteishaun opiskelupaikat on varattu ensimmäistä opiskelupaikkaansa hakeville. Tutkinnon suorittaneet tai jo aiemmin opiskelupaikan saaneet hakevat paikkaansa muita väyliä pitkin. Oletettavasti ”vanhoille” hakijoille on oma kiintiönsä eikä yhtä moni uuden ammatin opiskelija enää pääse sisään luokanopettajaopintoihin. Tämä uudistus muuttanee luokanopettajaopiskelijaprofiilia, jos suurin osa hyväksytyistä tulee olemaan tuoreita ylioppilaita. Todennäköisesti tämän tutkimuksen uskomusprofiili ja taitotasotulokset tulisivat uudistuksen jälkeen olemaan jotakin muuta kuin ne ovat nyt.

Seuraava vaihe olisi laajentaa tutkimusta suurentamalla tutkittavaa joukkoa esim. teettämällä uskomuskysely myös muissa luokanopettajakoulutuksen yksiköissä tai teettämällä tutkimus Tampereen yliopiston seuraavien vuosikurssien luokanopettajaopiskelijoille heidän ensimmäisenä opiskeluvuotenaan ja ottamalla mukaan mukautuvan päättelyn taitoja mittaavaa testistöä (vrt. esim. Kaasila, Pehkonen ja Hellinen 2009). Jos taitotesti teetetäisiin edelleen sähköisenä testinä, opiskelijoiden kynällä ja paperilla tekemät muistiinpanot ja laskuihin liittyvät välivaiheet olisi hyvä kerätä ja käyttää analyysissä myös. Nyt käytetty testi mittasi ennen kaikkea proseduraalista sujuvuutta eli mekaanista laskemisen osaamista. Opiskelijalta pyydettiin pelkkää tulosta eikä ajatusprosesseihin tai perusteluihin päästy kiinni tutkimuksessa.

# LÄHTEET

Aamulehti. Osa A04, 30.4.2013. Alma Media.

Coté, J. 2006. Identity studies: How close are we to developing a social science of identity? -An appraisal of the field. *An international journal of theory and research*, 6(1), 3-25.

Fennema, E. & Sherman, J. (1976). Fennema-Sherman Mathematics Attitudes Scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7(5), 324-326.

Fogarty, G. J., Cretchley, P., Harman, C., Ellerton, N. & Konki, N. (2001). Validation of a questionnaire to measure mathematics confidence, computer confidence, and attitudes to the use of technology for learning mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 13(2), 154-160.

Furinghetti, F. & Pehkonen, E. 2002. Rethinking characterizations of Beliefs. Teoksessa Leder, G. C., Pehkonen, E. & Törner, G. (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education*. Dordrecht. The Netherlands: Kluwer.

Hannula, M.S. 2001. Mitä matematiikan opettajan tulee tietää tytöistä ja pojista? [www-dokumentti]. Löytyy osoitteesta: <http://tina.tkk.fi/tietopankki/hannula.pdf> (Viitattu 1.7.2013).

Hannula, M.S. 2004. Affect in mathematical thinking and learning. Turun yliopiston julkaisuja: Humaniora, B273.

Hannula, M.S., Kaasila, R., Laine, A. & Pehkonen, E. 2005. Structure and typical profiles of elementary teacher students' view of mathematics. Teoksessa H.L. Chick & J.L. Vincent (toim.). *Proceedings of PME29. Vol 3. University of Melbourne*. 89-96.

- Hihnala, K. & Leppäaho, H. 2011. Luokanopettaja- ja erityisopettajaopiskelijoiden perusmatematiikan taidot opintojen alussa. Teoksessa K. Juuti, A. Kallioniemi, P. Seitamaa-Hakkarainen, L. Tainio & A. Uitto (toim.) Ainedidaktiikka moninaistuvassa maailmassa. Ainedidaktiikan symposium 2010. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitoksen tutkimuksia 332, 70-82.
- Jokivuori, P. & Hietala, R. 2007. Määrällisiä tarinoita. Monimuuttujamenetelmien käyttö ja tulkinta. Helsinki: WSOY.
- Joutsenlahti, J. 2005. Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä - 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä. Tampereen yliopisto. Acta Universitatis Tamperensis 1061.
- Kaasila, R. 2000. ”Eläydyin oppilaiden asemaan.” Luokanopettajaksi opiskelevien kouluaikaisten muistikuvien merkitys matematiikkaa koskevien käsitysten ja opetuskäytäntöjen muotoutumisessa. Acta Universitatis Lapponiensis 32.
- Kaasila, R., Hannula, M. S., Laine, A. & Pehkonen, E. 2005. Millä tavalla matematiikka-ahdistusta potevat luokanopettajaopiskelijat puolustavat matemaattista identiteettiään? Teoksessa L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Oulussa 25.–26.11.2004. Matemaattisten aineiden opettajan taitotieto - haaste vai mahdollisuus? Kasvatustieteiden ja opettajankoulutuksen yksikkö. Oulun yliopisto. 81–94.
- Kaasila, R., Hannula, M.S., Laine, A. & Pehkonen, E. 2007. Millä tavalla luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuvan muutosta voidaan edistää? Teoksessa J. Lavonen (toim.) Tutkimusperustainen opettajankoulutus ja kestävä kehitys. Ainedidaktinen symposiumi Helsingissä 3.2.2006 (osa 1). Helsingin yliopistopaino 2007, 349-359.
- Kaasila, R., Pehkonen, E. & Hellinen, A. 2009. Millä tavalla luokanopettajaopiskelijat ja lukiolaiset ratkaisevat ei-standardin jakolaskuongelman? Teoksessa R. Kaasila (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.-8.11.2008. Lapin yliopiston kasvatustieteellisiä raportteja 9, 87-103.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (toim.) 2001. Adding it up. Washington DC: National Academy Press.

Kilpatrick, J & Swafford, J. (toim.) 2002. Helping children learn mathematics. Washington DC: National Academy Press.

Kulm, G. (1980). Research on mathematics attitude. In R. J. Shumway (Ed.) Research in mathematics education (pp. 356-387). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kupari, P. 1999. Laskutaitoharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Tutkimusselosteita 11.

Kupari, P., Välijärvi, J., Linnakylä, P., Reinikainen, P., Brunell, V., Leino, K., Sulkunen, S., Törnroos, J., Malin, A. & Puhakka, E. 2004. Nuoret osaajat. PISA 2003 –tutkimuksen ensituloksia. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä: Kopijyvä Oy.

Kupari, P., Vettenranta, J. & Nissinen, K. 2012. Oppijälhtöistä pedagogiikkaa etsimään. Kahdeksannen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen. Kansainvälinen TIMMS-tutkimus Suomessa. Jyväskylän yliopisto. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylän yliopistopaino.

Leder, G. (1992). Attitudes to mathematics. Mathematics Education Research Journal, 4(3), 1-7.

Leppäaho, H., Joutsenlahti, J., Laine, A. & Tuominen, A. 2012. Tietoa ja työkaluja luokanopettajaopiskelijoiden matematiikan taitojen kehittämiseen. Teoksessa E. Yli-Panula, K. Merenluoto & A. Virta (toim.) Suomen ainedidaktisen tutkimusseuran julkaisuja. Ainedidaktisia tutkimuksia 3. Koulu ja oppiaineiden monet kulttuurit. Ainedidaktinen symposiumi Turussa 11.2.2011. Turku: Painosalama.

Lutovac, S., Kaasila, R. 2011. Beginning a pre-service teacher's mathematical identity work through narrative rehabilitation and bibliotherapy. Teaching in Higher Education. 16(2), 225–236.

Ma, X. & Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. Journal for Research in Mathematics Education, 28, 26-47.

Maasz, J., & Schlöglmann, W. (Eds.). (2009). Beliefs and attitudes in mathematics education: New research results. Rotterdam, the Netherlands: SensePublishers.

Malmivuori, M-L. 2001. The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation process of personal learning processes: The case of mathematics. University of Helsinki. Department of Education. Research report 172.

McLeod, D.B. 1992. Research on affect in mathematics education: a reconceptualisation. Teoksessa D. A. Grows (toim.) Handbook of research on mathematics teaching and learning. London: Macmillan Publishing Co, 575-596.

Merenluoto, K., Nurmi, A. & Pehkonen, E. 2003. Luokanopettajaksi opiskelevien matematiikkauskomukset ja matemaattiset valmiudet. Teoksessa P. Räihä, J. Kari & J. Hyvärinen (toim.) Rutiinivalinnoista laadukkaisiin valintastrategioihin. Vuoden 2002 opettajankoulutuksen valintakoeseminaarin loppuraportti. Jyväskylän yliopiston opettajankoulutuslaitoksen tutkimuksia 77. Jyväskylän yliopistopaino, 50–60.

Merenluoto, K. & Pehkonen, E. 2004. Luokanopettajiksi opiskelevien matemaattinen osaaminen ja ymmärtäminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Niilo Mäki Instituutti, Jyväskylä.

Metsämuuronen, J. 2009. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.

Metsämuuronen, J. 2010. Pienten aineistojen tilastollinen testaaminen. Teoksessa: J. Aaltola & R. Valli (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin II. PS-kustannus, 251-273.

Metsämuuronen, J. 2011. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Opiskelijalaitos. Helsinki: International Methelp Oy.

Nummenmaa, L. 2009. Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät. Hämeenlinna: Kariston Kirjapaino Oy.

- Pehkonen, E. 1998. On the concept "mathematical belief". In E. Pehkonen & G. Törner (eds.) The state-of-art in mathematics-related belief research. Results of the MAVI activities. University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research report 195, 37-72.
- Pehkonen, E. 1999. Professorien matematiikkakäsityksistä. *Kasvatus* 30 (2), 120-127.
- Pietilä, A. 2002. Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva. Matematiikkakokemukset matematiikkakuvan muodostajina. Helsingin yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 238.
- Ropo, E & Gustaffson A-M 2006. Elämäkerrallinen näkökulma ammatilliseen ja persoonalliseen identiteettiin. Teoksessa: Eteläpelto E. & Onnismaa J. 2006 Ammatillisuus ja ammatillinen kasvu: Sivut 50–78. Aikuiskasvatuksen 46. vuosikirja, Vantaa.
- Ropo, E. 2009. Identiteetin kehittäminen opetussuunnitelman lähtökohtana. Teoksessa Rabensteiner, P-M & Ropo, E. European dimension in education and teacher education.
- Sriraman, B. (Ed.). (2008). Beliefs and mathematics: Festschrift in honor of Guenter Toerner's 60th birthday. Missoula, MT: Information Age Publishing.
- Tapia, M., & Marsh II, G. E. (2004). An instrument to measure mathematics attitudes. *Academic Exchange Quarterly*, 8(2), 16-21.
- VAKAVA-hakijamäärät 2007-2013. <http://www.helsinki.fi/vakava/hakijamaarat.html>. (Viitattu 17.10.2013.)
- Wong, K. Y. & Chen, Q. 2012. Nature of an *Attitudes toward Learning Mathematics* Questionnaire. In J. Dindyal, L. P. Cheng & S. F. Ng (Eds.) *Mathematics education: Expanding horizons* (Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia). Singapore: MERGA.
- Zan, R., Brown, L., Evans, J., & Hannula, M. S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 113-121.



# LIITTEET

## Kysely 1. vsk matematiikan opiskelijoille

Tässä kyselyssä kartoitetaan sinun matematiikkakuvaasi. Vastauksesi on osa opettajankoulutuslaitosten yhteistä tutkimushanketta, jossa halutaan kehittää niiden matematiikan didaktiikan opetusta ja opiskelijoiden ohjausta. Vastaukset käsitellään luottamuksellisina. Muista lopuksi tallentaa vastauksesi. Kiitos etukäteen!

### Taustatietoja

Opiskelupaikkakuntani on

- ☐ Hämeenlinnassa
- ☐ Jyväskylässä
- ☐ Turussa
- ☐ Helsingissä
- ☐ Raumalla
- ☐ Tampereella (TTY)
- ☐ Tampereella (TAY)

Sukunimi

Sukupuoli (nainen/mies)

Ylioppilaskirjoitusvuoteni on

Kirjoitin ylioppilaskirjoituksissa matematiikan kokeen (pakollisena/ylimääräisenä/en kirjoittanut lainkaan)

Ylioppilaskirjoituksissa kirjoitin (pitkän matematiikan kokeen/lyhyen matematiikan kokeen/en kirjoittanut matematiikkaa)

Matematiikan arvosanani lukion päättötodistuksessa oli (4/5/6/7/8/9/10)

Matematiikan arvosanani yo-todistuksessa oli (I/A/B/C/M/E/L/en kirjoittanut lainkaan)

Äidinkielen arvosanani yo-todistuksessa oli (I/A/B/C/M/E/L)

**Matematiikkakuva. Väittämissä "koulu" tarkoittaa yleissivistävää koulua.**

**1= Täysin eri mieltä, 2=Jokseenkin eri mieltä, 3= En osaa sanoa, 4= Jokseenkin samaa mieltä, 5=Täysin samaa mieltä**

Väittämät

	1	2	3	4	5
1. Olen mielestäni ollut aina hyvä matematiikassa	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Matematiikka on hyvä ala luovalle ihmiselle.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa on vain vähän sijaa omaperäisille ajatuksille.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. Matematiikka auttaa ajattelemaan tiettyjen täsmällisten sääntöjen mukaan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5. Kyky arvioida on tärkeä matemaattinen taito.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6. Useimmille matemaattisille tehtäville on olemassa erilaisia ratkaisutapoja.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7. Matematiikan oppiminen on suurimmaksi osaksi ulkoa oppimista	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8. Yritystä ja erehdystä voidaan käyttää matematiikan tehtävien ratkaisemisessa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9. Matematiikassa on aina olemassa sääntö, jota voi soveltaa tehtävän ratkaisemisessa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10. Matematiikassa ei ole tehty uusia oivalluksia pitkään aikaan.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	1	2	3	4	5
11. Koulussa halusin todella menestyä matematiikassa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12. Toivon saavani opiskella enemmän matematiikkaa koulussa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
13. Minusta tuntui hyvältä, kun itse ratkaisin matematiikan tehtävän.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
14. Ymmärsin yleensä sen, mitä koulun matematiikan tunneilla käsiteltiin.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
15. Minä en ole kovin hyvä matematiikassa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
16. Halusin auttaa koulussa muita matematiikan tehtävissä.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
17. En käyttänyt koulussa kovin paljon aikaani matematiikan opiskelemiseen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
18. Matematiikka oli koulussa minulle vaikeampaa kuin useimmille muille.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
19. Koulussa minusta tuntui, että vaikka kuinka yrittäisin, en siitä huolimatta menesty matematiikassa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
20. Koulussa olin valmis työskentelemään pitkänkin aikaa ymmärtääkseni uuden asian matematiikassa.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	1	2	3	4	5
21. Miehistä tulee parempia tiedemiehiä ja insinöörejä kuin naisista.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
22. Pojilla on enemmän luontaisia lahjoja matematiikkaan kuin tytöillä.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- |  |                       |                       |                       |                       |                       |
|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 23. Pojat tarvitsevat enemmän matematiikkaa kuin tytöt.  | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 24. Tytöt menestyvät matematiikassa heikommin kuin pojat.  | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 25. Pojat ovat kiinnostuneempia matemaattisista ongelmista kuin tytöt.   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 26. Jokainen pystyy oppimaan matematiikkaa, jos opetusmenetelmiin kiinnitettäisiin riittävästi huomiota.                                 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 27. Opetuksessa pitäisi kiinnittää entistä enemmän huomiota käytännön sovelluksiin.  | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 28. Matematiikan opetusta pitäisi lisätä.  | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 29. Matematiikasta on hyötyä jokapäiväisien ongelmien ratkaisemisessa.   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 30. Matematiikan opetusta pitäisi integroida enemmän muihin oppiaineisiin.   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 31. Matematiikan opetus on liian oppikirjasidonnaista.   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 32. Matematiikan opettaminen on helppoa verrattuna muihin oppiaineisiin.   | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 33. Äidinkielen käytön lisääminen matematiikan opiskelussa lisää tyttöjen mielenkiintoa matematiikkaa kohtaan.                           | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 34. Oppilaita pitää kannustaa esittämään matematiikan tehtävien ratkaisuja monipuolisesti symbolikielellä, äidinkielellä ja piirtämällä. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

## Lopuksi

Mitä mieltä olit kurssin alussa olleesta lähtötasotestistä? Voit tarkastella esimerkiksi seuraavan jaon mukaan: Mielipiteesi NettiMopista 1. Positiivista: 2. Negatiivista: 3. Mitä opit testistä? 4. Kuinka kehittäisit testiä?

## Tietojen lähetys

Kiitos vastauksista!

Järjestelmänä Eduix E-lomake 3.1, [www.e-lomake.fi](http://www.e-lomake.fi)

Liite 2: Frekvenssit ja prosenttiosuudet tutkimukseen osallistuneiden opiskelijoiden ylioppilaskirjoitusvuoden osalta

TAULUKKO 9.: Vuosikurssin 2011 frekvenssit ja prosenttiosuudet (n=55)

Ylioppilaskirjoitusvuoteni on					
		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	1987	1	1,8	1,8	1,8
	1991	5	9,1	9,1	10,9
	1993	1	1,8	1,8	12,7
	1994	2	3,6	3,6	16,4
	1999	1	1,8	1,8	18,2
	2000	3	5,5	5,5	23,6
	2002	2	3,6	3,6	27,3
	2003	1	1,8	1,8	29,1
	2004	1	1,8	1,8	30,9
	2005	4	7,3	7,3	38,2
	2006	2	3,6	3,6	41,8
	2007	5	9,1	9,1	50,9
	2008	5	9,1	9,1	60,0
	2009	6	10,9	10,9	70,9
	2010	12	21,8	21,8	92,7
	2011	4	7,3	7,3	100,0
	Total	55	100,0	100,0	

TAULUKKO 10.: Vuosikurssin 2012 frekvenssit ja prosenttiosuudet (n=58)

Ylioppilaskirjoitusvuoteni on				
	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
1986	1	1,7	1,7	1,7
1991	1	1,7	1,7	3,4
1998	1	1,7	1,7	5,2
1999	1	1,7	1,7	6,9
2000	1	1,7	1,7	8,6
2002	1	1,7	1,7	10,3
2005	3	5,2	5,2	15,5
Valid 2006	3	5,2	5,2	20,7
2007	2	3,4	3,4	24,1
2008	6	10,3	10,3	34,5
2009	4	6,9	6,9	41,4
2010	13	22,4	22,4	63,8
2011	10	17,2	17,2	81,0
2012	11	19,0	19,0	100,0
Total	58	100,0	100,0	

Liite 3: Matematiikan uskomuskyselytutkimuksen rotatoitu pääkomponenttimatriisi, jossa näkyvät väittämät, väittämien latautuminen kuuteen pääkomponenttiin ja väittämien kommunaliteetit. Lataukset taulukossa suuruusjärjestyksessä suurimmasta pienimpään.

TAULUKKO 11: Pääkomponenttiin F1 latautuneet väittämät suurimmasta pienimpään Tampereen luokanopettajaopiskelijoiden vuosikursseilla 2011 ja 2012 (N=113; alle 0.30 lataukset on jätetty merkitsemättä).

Väittämä	F1	F2	F3	F4	F5	F6	Kommunaliteetti
34. Oppilaita pitää kannustaa esittämään matematiikan tehtävien ratkaisuja monipuolisesti symbolikielellä, äidinkielellä ja piirtämällä.	.776						.708
27. Opetuksessa pitäisi kiinnittää entistä enemmän huomiota käytännön sovelluksiin.	.760						.681
13. Minusta tuntui hyvältä, kun itse ratkaisin matematiikan tehtävän.	.732						.759
30. Matematiikan opetusta pitäisi integroida enemmän muihin oppiaineisiin.	.684						.490
26. Jokainen pystyy oppimaan matematiikkaa, jos opetusmenetelmiin kiinnitetään riittävästi huomiota.	.618						.496
5. Kyky arvioida on tärkeä matemaattinen taito.	.554						.486
31. Matematiikan opetus on liian oppikirjasidonnaista.	.539						.415
8. Yritystä ja erehdystä voidaan käyttää matematiikan tehtävien ratkaisemisessa.	.517						.454
6. Useimmille matemaattisille tehtäville on olemassa erilaisia ratkaisutapoja.	.429						.400

29. Matematiikasta on hyötyä jokapäiväisien ongelmien ratkaisemisessa.	.424						.404
4. Matematiikka auttaa ajattelemaan tiettyjen täsmällisten sääntöjen mukaan.	.422						.405

TAULUKKO 12: Pääkomponenttiin F2 latautuneet väittämät suurimmasta pienimpään Tampereen luokanopettajaopiskelijoiden vuosikursseilla 2011 ja 2012 (N=113; alle 0.30 lataukset on jätetty merkitsemättä).

Väittämä	F1	F2	F3	F4	F5	F6	Kommunaliteetti
15. Minä en ole kovin hyvä matematiikassa (pisteitys käännetty).		.875					.838
1. Olen mielestäni ollut aina hyvä matematiikassa		.859					.758
14. Ymmärsin yleensä sen, mitä koulun matematiikan tunneilla käsiteltiin.		.817					.743
18. Matematiikka oli koulussa minulle vaikeampaa kuin useimmille muille.		-.811					.746
19. Koulussa minusta tuntui, että vaikka kuinka yrittäisin, en siitä huolimatta menesty matematiikassa (pisteitys käännetty).		.743					.695
16. Halusin auttaa koulussa muita matematiikan tehtävissä.		.501					.409



TAULUKKO 13: Pääkomponenttiin F3 latautuneet väittämät suurimmasta pienimpään Tampereen luokanopettajaopiskelijoiden vuosikursseilla 2011 ja 2012 (N=113; alle 0.30 lataukset on jätetty merkitsemättä).

Väittämä	F1	F2	F3	F4	F5	F6	Kommunaliteetti
24. Tytöt menestyvät matematiikassa heikommin kuin pojat.			.807				.757
22. Pojilla on enemmän luontaisia lahjoja matematiikkaan kuin tytöillä.			.799				.744
25. Pojat ovat kiinnostuneempia matemaattisista ongelmista kuin tytöt.			.783				.661
21. Miehistä tulee parempia tiedemiehiä ja insinöörejä kuin naisista.			.759				.755
23. Pojat tarvitsevat enemmän matematiikkaa kuin tytöt.	-.506		.680				.786
33. Äidinkielen käytön lisääminen matematiikan opiskelussa lisää tyttöjen mielenkiintoa matematiikkaa kohtaan.			.458				.334

TAULUKKO 14: Pääkomponenttiin F4 latautuneet väittämät suurimmasta pienimpään Tampereen luokanopettajaopiskelijoiden vuosikursseilla 2011 ja 2012 (N=113; alle 0.30 lataukset on jätetty merkitsemättä).

Väittämä	F1	F2	F3	F4	F5	F6	Kommunaliteetti
17. En käyttänyt koulussa kovin paljon aikaani matematiikan opiskelemiseen (pisteytys käännetty).				.795			.648
20. Koulussa olin valmis työskentelemään pitkänkin aikaa ymmärtääkseni uuden asian matematiikassa.				.719			.596
12. Toivon saavani opiskella enemmän matematiikkaa koulussa.				.607			.514
11. Koulussa halusin todella menestyä matematiikassa.		.479		.519			.619
28. Matematiikan opetusta pitäisi lisätä.				.497			.336

TAULUKKO 15: Pääkomponenttiin F5 latautuneet väittämät suurimmasta pienimpään Tampereen luokanopettajaopiskelijoiden vuosikursseilla 2011 ja 2012 (N=113; alle 0.30 lataukset on jätetty merkitsemättä).

Väittämä	F1	F2	F3	F4	F5	F6	Kommunaliteetti
3. Matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa on vain vähän sijaa omaperäisille ajatuksille.					-.799		.665
2. Matematiikka on hyvä ala luovalle ihmiselle.					.708		.623

TAULUKKO 16: Pääkomponenttiin F6 latautuneet väittämät suurimmasta pienimpään Tampereen luokanopettajaopiskelijoiden vuosikursseilla 2011 ja 2012 (N=113; alle 0.30 lataukset on jätetty merkitsemättä).

Väittämä	F1	F2	F3	F4	F5	F6	Kommunaliteetti
9. Matematiikassa on aina olemassa sääntö, jota voi soveltaa tehtävän ratkaisemisessa.						-.632	.482
10. Matematiikassa ei ole tehty uusia oivalluksia pitkään aikaan (pisteytys käännetty).						.614	.467
32. Matematiikan opettaminen on helppoa verrattuna muihin oppiaineisiin.						.403	.382
7. Matematiikan oppiminen on suurimmaksi osaksi ulkoa oppimista							.376

Liite 4: Pääkomponenttianalyysillä rakennettujen summamuuttujien reliabiliteettitarkistuksen SPSS-tulosteet.

TAULUKKO 17: Tuloste ensimmäiselle summamuuttujalle

Item-Total Statistics				
	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item- Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
5. Kyky arvioida on tärkeä matemaattinen taito.:	28,60	18,867	,487	,829
8. Yritystä ja erehdystä voidaan käyttää matematiikan tehtävien ratkaisemisessa.:	28,39	19,829	,463	,830
13. Minusta tuntui hyvältä, kun itse ratkaisin matematiikan tehtävän.:	28,17	17,373	,712	,798
26. Jokainen pystyy oppimaan matematiikkaa, jos opetusmenetelmiin kiinnitetään riittävästi huomiota.:	28,52	17,984	,573	,818
27. Opetuksessa pitäisi kiinnittää entistä enemmän huomiota käytännön sovelluksiin.:	28,39	18,258	,689	,804
30. Matematiikan opetusta pitäisi integroida enemmän muihin oppiaineisiin.:	28,84	18,867	,561	,819
31. Matematiikan opetus on liian oppikirjasidonnaista.:	28,66	19,993	,383	,841
34. Oppilaita pitää kannustaa esittämään matematiikan tehtävien ratkaisuja monipuolisesti symbolikielellä, äidinkielellä	28,27	17,679	,684	,802

TAULUKKO 18: Tuloste toiselle summamuuttujalle (väite 16 poistettu summamuuttujasta)

Item-Total Statistics				
	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
1. Olen mielestäni ollut aina hyvä matematiikassa:	15,0619	14,648	,756	,902
14. Ymmärsin yleensä sen, mitä koulun matematiikan tunneilla käsiteltiin.:	14,5221	14,948	,787	,896
15. Minä en ole kovin hyvä matematiikassa (pisteytys käännetty).	14,8319	13,855	,836	,886
19. Koulussa minusta tuntui, että vaikka kuinka yrittäisin, en siitä huolimatta menesty matematiikassa (pisteytys käännetty).	14,4159	14,602	,753	,903
Vaikeampaa kuin muille	14,5487	14,928	,791	,895

TAULUKKO 19: Tuloste kolmannelle summamuuttujalle

Item-Total Statistics				
	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item- Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
21. Miehistä tulee parempia tiedemiehiä ja insinöörejä kuin naisista.:	9,24	14,630	,781	,840
22. Pojilla on enemmän luontaisia lahjoja matematiikkaan kuin tytöillä.:	8,84	14,528	,788	,838
23. Pojat tarvitsevat enemmän matematiikkaa kuin tytöt.:	9,41	15,976	,697	,861
24. Tytöt menestyvät matematiikassa heikommin kuin pojat.:	8,97	14,776	,738	,851
25. Pojat ovat kiinnostuneempia matemaattisista ongelmista kuin tytöt.:	8,28	16,491	,582	,886

TAULUKKO 20: Tuloste neljännelle summamuuttujalle

Item-Total Statistics				
	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
11. Koulussa halusin todella menestyä matematiikassa.:	9,1681	7,213	,547	,706
12. Toivon saavani opiskella enemmän matematiikkaa koulussa.:	10,2389	7,987	,470	,745
17. En käyttänyt koulussa kovin paljon aikaani matematiikan opiskelemiseen (pisteytys käännetty).	9,5664	6,659	,572	,693
20. Koulussa olin valmis työskentelemään pitkänkin aikaa ymmärtääkseni uuden asian matematiikassa.:	9,7080	6,423	,641	,651

TAULUKKO 21: Tuloste viidennelle summamuuttujalle

Item-Total Statistics				
	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
2. Matematiikka on hyvä ala luovalle ihmiselle.:	3,4513	1,000	,493	.
Vähän sijaa omap ajat	3,1239	,877	,493	.

TAULUKKO 22: Tuloste kuudennelle summamuuttujalle

Item-Total Statistics				
	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
10. Matematiikassa ei ole tehty uusia oivalluksia pitkään aikaan (pisteytys käännetty).	2,6106	1,186	,128	.
Aina sääntö	3,3451	,710	,128	.

Liite 5. Matematiikan taitotestin ratkaisuprosentit ja –ajat.

TAULUKKO 23. Leppäahon ym. (2012, 9) taulukkoon testitehtävien ratkaisuprosenteista ja –ajoista on lisätty Tampereen yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden vuosikurssin 2012 tulokset.

Testin toteutustapa		<i>Turku</i> Vapaa	<i>Helsinki</i> Vapaa	<i>Jyväskylä</i> Valvottu 90 min	<i>Tampere</i> (2011) Valvottu 60 min	<i>Tampere</i> (2012) Valvottu 90 min
		n=85-88	n=122-125	n=71-73	n=51-57	n=58-59
Testin osa-alue		Ratkaisu %	Ratkaisu %	Ratkaisu %	Ratkaisu %	Ratkaisu %
Lukukäsite (11 tehtävää)	1. yritys	82,70 %	81,40 %	70,90 %	75,20 %	75,20 %
	1-2. yritystä	91,50 %	90,30 %	78,20 %	85,40 %	84,00 %
	aika(ka.)	22 min 44 s	14 min 40 s	13 min 58 s	15 min 42 s	15 min 46 s
Peruslaskutoimitukset (6 tehtävää)	1. yritys	81,70 %	78,10 %	71,70 %	77,20 %	74,70 %
	1-2. yritystä	82,30 %	90,60 %	83,30 %	89,40 %	90,20 %
	aika(ka.)	10 min 4 s	11 min 48 s	10 min 9 s	14 min 17 s	11 min 41 s
Rationaaliluvut (8 tehtävää)	1. yritys	73,80 %	80,00 %	73,80 %	74,10 %	82,60 %
	1-2. yritystä	85,90 %	86,10 %	82,50 %	83,30 %	91,00 %
	aika(ka.)	17 min 47 s	17 min 55 s	10 min 43 s	14 min 49 s	18 min 31 s
Verrannollisuus (10 tehtävää)	1. yritys	69,00 %	72,30 %	54,00 %	74,80 %	58,10 %
	1-2. yritystä	80,80 %	83,70 %	64,00 %	84,00 %	72,10 %
	aika(ka.)	18 min 3 s	14 min 45 s	15 min 5 s	13 min 2 s	20 min 51 s
Yhteensä ka.	1. yritys	76,80 %	78,00 %	67,70 %	75,30 %	72,70 %
	1-2. yritystä	85,10 %	87,70 %	77,00 %	85,50 %	84,30 %
	aika(ka.)	68 min 38 s	59 min 8 s	49 min 55 s	57 min 50 s	65 min 69 s



Liite 6. Taitotestissä menestymisen ja matemaattisen itsetunnon välillä on positiivinen korrelaatio. Vuosikurssi 2012, N=58.

TAULUKKO 24. Korrelaatiokerroin: taitotestissä menestyminen ja matemaattinen itsetunto

Correlations			
		Summa2 luokiteltu	Taitotestistä oikein
Spearman's rho	Correlation Coefficient	1,000	,512**
	Summa2 luokiteltu Sig. (2-tailed)	.	,000
	N	58	58
	Correlation Coefficient	,512**	1,000
	Taitotestistä oikein Sig. (2-tailed)	,000	.
	N	58	58

\*\* . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).